大学入試過去問シリーズ

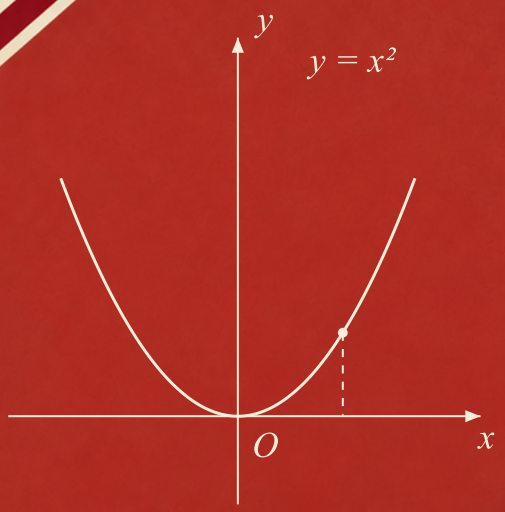
九州大学

文系

数学

過去問10年

2017-2026



解答編

解説・答案・別解

株式会社Fermion 編

Evolton

大学入試過去問シリーズ

九州大学
文系数学

2017〜2026 年度　前期日程

解答編

株式会社 Fermion 編

Evolton

はじめに

本書は、九州大学の前期日程に出題された文系数学を収録した解答編です。2017〜2026 年度のうち、収録年度一覧に示す 10 年度を新しい順に掲載しています。

解説では、条件を数式に移すところから、解法を選ぶ理由、計算を進める順序まで述べています。答案には試験場で書く論証をまとめ、別解・背景には他の見方や関連する考え方を添えました。

本書の使い方

まず問題を解き、方針が立たなかったところや論証を省いたところを残してください。解説で考え方を確認した後、答案を閉じてもう一度書くと、条件の扱いと計算の順序を確かめられます。別解は主解を理解してから読み、どの条件によってその方法が使えるかを比べてください。

収録範囲は前期 10 年（2017〜2026 年度）です。

収録年度・問題

年度	問題	ページ
2026 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	1
2025 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	10
2024 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	17
2023 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	25
2022 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	33
2021 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	42
2020 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	50
2019 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	58
2018 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	66
2017 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	73

分野索引 …… 81

2026 年度 九州大学・文系 第 1 問

【数学（文系）第 1 問】〈2026 年度・前期日程〉

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)=2x^3+3x^2-36x+1$ が極値をとるときの x の値を求めよ。また，そのときの極値を求めよ。

(2) 座標平面上の曲線 $C:y=|x^2-1|$ と，点 $(-1,\ 0)$ を通る傾き 1 の直線 l を考える。C と l で囲まれる領域の面積を求めよ。

解説

(1) の極値は、導関数が零になる点を求めた後、前後で増減が変わることを確認して判定する。微分すると $f'(x)=6(x+3)(x-2)$ であり、二根の外側で正、間で負となる。$x=-3$ では増加から減少に変わるので極大、$x=2$ では減少から増加に変わるので極小である。

求める極値はその横座標ではなく、元の関数へ代入した値である。負の横座標を三乗する際の符号に注意し、$f(-3)=82, f(2)=-43$ と計算する。三次関数は全実数で動くので、この極大・極小を全体の最大・最小と呼ぶことはできない。設問の求める局所的な極値として答える。

(2) では絶対値の内側が零になる $x=\pm1$ で曲線の式が変わる。$-1\leqq x\leqq 1$ では $1-x^2$、その外では x^2-1 になる。直線は、与えられた点と傾きから $y=x+1$ と求める。

交点は二種類の放物線と直線をそれぞれ連立し、得た根がその式を使う範囲にあるか確認する。中央の式では $x=-1, 0$、外側の式では $x=-1, 2$ を得るので、異なる交点は三つである。$x=-1$ は二つの式の境目だが同じ点なので、二重に数えない。

曲線と直線に囲まれる部分は、マイナス一から零までと、零から二までの二つに分かれる。前者では中央の放物線が直線より上、後者では直線が上である。また後者の内部でも $x=1$ で曲線の式が変わるため、積分は三つに分ける。

各差を因数分解すると、最初は $-x(x+1)$、次は $x(x+1)$、最後は $(2-x)(x+1)$ となる。それぞれ対応する区間で非負なので、上から下を引いた式であることを確認できる。特に零の交点で上下が入れ替わるため、一つの差を全区間で積分すると面積を相殺してしまう。

区間外には別の囲まれた部分がないことも、外側の式 x^2-1 と直線の交点がマイナス一と二だけであることから分かる。三つの定積分は多項式として計算し、いずれも正の値になることを確認して足す。

最初の積分は六分の一、中央は六分の五、最後は六分の七となる。中央と最後は同じ囲まれた部分の中の分割だが、曲線の式が変わるため別々に計算したものである。交点による上下の切り替えと、絶対値による式の切り替えを区別して整理することが、面積計算の要点となる。

2 答案

(1)

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36 = 6(x+3)(x-2).$$

したがって $f'(x)$ の符号は，$x < -3$ で正，$-3 < x < 2$ で負，$x > 2$ で正である。よって $x = -3$ で極大，$x = 2$ で極小となる。さらに

$$f(-3) = 82, \qquad f(2) = -43$$

だから，極大値は 82，極小値は -43 である。

(2) 直線は $l : y = x + 1$ であり，曲線は

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} 1 - x^2 & (-1 \leqq x \leqq 1), \\ x^2 - 1 & (x \leqq -1 \text{ または } x \geqq 1) \end{cases}$$

と表される。交点の x 座標は

$$1 - x^2 = x + 1 \Longrightarrow x = -1, 0, \qquad x^2 - 1 = x + 1 \Longrightarrow x = -1, 2$$

である。各区間で上下を確認すると，求める面積は

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^{0} (-x^2 - x)\,dx + \int_{0}^{1} (x + x^2)\,dx + \int_{1}^{2} (-x^2 + x + 2)\,dx \\ &= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{7}{6} = \frac{13}{6}. \end{aligned}$$

2026 年度 九州大学・文系 第 2 問

【数学（文系）第 2 問】〈2026 年度・前期日程〉

座標空間内の 4 点 $O(0,\ 0,\ 0)$，$A(1,\ 1,\ 1)$，$B(2,\ 2,\ 0)$，$C(4,\ 2,\ 2)$ と球面

$$S : (x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=1$$

を考える。3 点 A, B, C を通る平面を α とする。また，点 P は S 上にあり，以下の 2 つの条件をみたすとする。

- 直線 OP は α と直交する。
- 点 P の y 座標は -1 以下である。

以下の問いに答えよ。

(1) P の座標を求めよ。

(2) P から α に下ろした垂線と α の交点を H とする。このとき

$$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+s\,\overrightarrow{AB}+t\,\overrightarrow{AC}$$

をみたす実数 s, t を求めよ。

(3) 四面体 $ABCP$ の体積を求めよ。

1 解説

平面に垂直な直線を求めるため、二つの辺のベクトルに垂直な方向を探す。$\overrightarrow{AB}=(1,1,-1)$、$\overrightarrow{AC}=(3,1,1)$ の内積を零にする条件を成分ごとに立てると、法線ベクトルとして $\vec{n}=(1,-2,-1)$ が選べる。外積を使わず、二つの一次方程式から方向を決められる。

点 A を通ることも使って平面式を求める。OP が垂直なら、その方向は $\vec{n}$ と平行なので $\overrightarrow{OP}=\lambda\vec{n}$ と表せる。直線は原点を通るため、余分な定数の位置ベクトルは必要ない。

球面式に代入して λ を求めると二つの候補が出る。球との交点が二つあることと、設問の P が二つあることは同じではない。さらに $y=-2\lambda\leqq -1$ を課すと、$\lambda=1/3$ が除かれ、一だけが残る。符号条件を最後に使って点を特定する。

(2) では P からの垂線が、原点を通る同じ法線直線になる。したがって H も $\overrightarrow{OH}=\mu\vec{n}$ と表せる。今度は球面でなく平面式に代入して $\mu=-1/3$ を求める。P と H の係数の符号が反対でも、同じ直線上なので問題はない。

指定の式で s,t を求める際は、H の座標を三成分に分けて比較する。最初の二式を引くと s が消え、t が先に決まる。次に s を戻し、残りの第三式も満たすことを確認する。二式だけで値が出ても、三次元のベクトル等式には全成分の一致が必要である。

負の t が出るのは、H が三角形の内側とは限らないためである。平面上の点の表示に係数の正値は要求されない。垂線の足が底面三角形の外にあっても、四面体の高さとして使える。

(3) では体積を底面積と高さに分ける。三角形 ABC の面積は、二辺の長さとその挟む角の正弦から求める。余弦は内積から得て、角が三角形の内角なので正弦は非負の平方根を選ぶ。長さの積の平方から内積の平方を引くと、面積が簡単になる。

高さは PH であり、$\overrightarrow{HP}=(1-(-1/3))\vec{n}=(4/3)\vec{n}$ から長さを求める。OP の長さそのものは高さではないので、平面の位置を引く必要がある。最後に三分の一を掛けて四面体の体積を得る。直線の方向、球との交点、平面との交点の三つを別々に決め、その差を高さへつなぐ流れである。平面の法線は長さを固定する必要がない。方向だけが重要なので、整数の小さい成分を持つものを選ぶと、球面への代入と高さの計算の両方が簡単になる。

2　答案

(1)

$$\overrightarrow{AB}=(1,1,-1),\qquad \overrightarrow{AC}=(3,1,1)$$

である。法線ベクトルの成分を (l,m,n) とすると

$$l+m-n=0,\qquad 3l+m+n=0$$

でよいから，$\vec{n}=(1,-2,-1)$ をとる。平面は $A(1,1,1)$ を通るので

$$\alpha:\ x-2y-z+2=0$$

である。OP は法線方向の直線だから

$$\overrightarrow{OP}=\lambda\vec{n}$$

とおける。球面の式に代入すると

$$(\lambda-1)^2+(1-2\lambda)^2+(1-\lambda)^2=1,$$

すなわち

$$2(3\lambda-1)(\lambda-1)=0$$

である。$\lambda=1/3,1$ のうち，P の y 座標 -2λ が -1 以下となるのは $\lambda=1$ だけである。よって

$$P(1,-2,-1).$$

(2) P を通る法線は直線 OP そのものなので，$\overrightarrow{OH}=\mu\vec{n}$ とおける。H が α 上にある条件から

$$\mu-2(-2\mu)-(-\mu)+2=0,\qquad \mu=-\frac{1}{3}.$$

したがって $H(-1/3,2/3,1/3)$ である。指定されたベクトル式を成分で比較すると

$$\begin{cases}1+s+3t=-1/3,\\ 1+s+t=2/3,\\ 1-s+t=1/3.\end{cases}$$

第 1 式から第 2 式を引いて $t=-1/2$，これを第 2 式に代入して $s=1/6$ を得る。第 3 式もみたすので

$$s=\frac{1}{6},\qquad t=-\frac{1}{2}.$$

(3) $\theta=\angle BAC$ とする。

$$|\overrightarrow{AB}|^2=3,\quad |\overrightarrow{AC}|^2=11,\quad \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3$$

より

$$\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{33}},\qquad \sin\theta=\sqrt{1-\frac{9}{33}}.$$

したがって底面の面積は

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{11}\sin\theta=\frac{1}{2}\sqrt{24}=\sqrt{6}.$$

また

$$\overrightarrow{HP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OH}=\frac{4}{3}\vec{n}$$

であるから，高さは $PH=4\sqrt{6}/3$ である。よって体積は

$$V=\frac{1}{3}S\cdot PH=\frac{1}{3}\sqrt{6}\cdot\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{8}{3}.$$

3 2026 年度 九州大学・文系 第 3 問

【数学（文系）第 3 問】〈2026 年度・前期日程〉

以下の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{2}$ が無理数であることを示せ。

(2) n を自然数とする。$(\sqrt{2}+1)^n+(\sqrt{2}-1)^n$ が整数となるための，n がみたすべき必要十分条件を求めよ。

1 解説

(1) は、仮に有理数だとすれば既約分数で表せることを使う。$\sqrt{2}=p/q$ とし、p,q は互いに素な自然数に選ぶ。分数をどれでもよいとしてしまうと、後で二数が偶数でも矛盾にならないため、既約に選ぶことが証明の出発点である。

平方して $p^2=2q^2$ を得るので p^2 は偶数である。奇数の平方は奇数だから、p 自身も偶数となる。$p=2p_1$ を代入して約すると $q^2=2p_1^2$ となり、同じ理由で q も偶数である。二数がともに二で割れることが既約性に反し、仮定を否定できる。

(2) の和は、二項定理で同じ位置の項を足すと、符号の違う項が相殺される。$\sqrt{2}$ の指数を基準にするか、一の指数を基準にするかを統一する。答案では一の指数を j として、対応する項の係数が $1+(-1)^j$ になる形を使う。

j が奇数なら係数は零、偶数なら二となる。したがって残るのは偶数の j だけである。ただし相殺される項と、残る $\sqrt{2}$ の累乗が整数かどうかは別の判定になる。残った累乗の指数は $n-j$ なので、n と同じ偶奇を持つ。

n が偶数なら $n-j$ も偶数で、$(\sqrt{2})^{n-j}$ は二の整数乗になる。二項係数も整数なので、残る各項が整数であり、その和も整数である。これが条件の十分性を示す側である。

n が奇数なら指数も奇数で、各項から $\sqrt{2}$ を一つくくり出せる。残る係数は二項係数と二の累乗からなる正の整数である。和全体は $M\sqrt{2}$ となり、M は正の整数になる。残る項が少なくとも一つあることは、$j=0$ の項から分かる。

ここで係数が零でないことが重要である。無理数を含む項でも、正負が相殺して零になれば整数になるが、本問で残る係数はすべて正なので、その可能性がない。もし $M\sqrt{2}$ が整数なら、正の整数 M で割って $\sqrt{2}$ が有理数となり、(1) と矛盾する。

以上で偶数はすべて成立し、奇数は一つも成立しないため、必要十分条件が確定する。例えば一では和が $2\sqrt{2}$、二では和が六となり、判定と一致する。和の符号による相殺、平方根の累乗の偶奇、零でない係数の三段階を分けて考えると、無理数の和が整数にならない理由を正確に説明できる。

2　答案

(1) $\sqrt{2}$ が有理数であると仮定する。このとき，互いに素な自然数 p, q を用いて $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ と表せる。両辺を 2 乗すると $2 = \frac{p^2}{q^2}$ であるから $p^2 = 2q^2$ となる。したがって p^2 は偶数であり，p も偶数である。そこで $p = 2p_1$ とおくと $4p_1^2 = 2q^2$ より $q^2 = 2p_1^2$ である。よって q^2 も偶数であり，q も偶数である。これは p, q が互いに素であることに反する。したがって $\sqrt{2}$ は無理数である ことが示された。

(2) 二項定理より $(\sqrt{2}+1)^n = \sum_{j=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_j (\sqrt{2})^{n-j}$ であり，また $(\sqrt{2}-1)^n = \sum_{j=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_j (\sqrt{2})^{n-j}(-1)^j$ である。したがって和をとると

$$(\sqrt{2}+1)^n + (\sqrt{2}-1)^n = \sum_{j=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_j (\sqrt{2})^{n-j}\{1+(-1)^j\}$$

である。ここで j が奇数のときは $1+(-1)^j = 0$，j が偶数のときは $1+(-1)^j = 2$ である。よって偶数の j に対応する項だけが残る。n が偶数のとき，残る項では j も偶数なので，$n-j$ は偶数である。したがって $(\sqrt{2})^{n-j} = 2^{(n-j)/2}$ は整数であり，各項は整数である。よって全体も整数である。

次に n が奇数のときを考える。このとき，残る項では j が偶数であるから，$n-j$ は奇数である。よって各項は ${}_n\mathrm{C}_j (\sqrt{2})^{n-j} \cdot 2 = \sqrt{2} \times \{\text{正の整数}\}$ の形である。残る各項の係数はすべて正なので，和は $\sqrt{2}M$ と表せる。ただし M は正の整数である。もしこの値が整数なら，$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}M}{M}$ となり，$\sqrt{2}$ が有理数になってしまう。これは (1) に反する。したがって n が奇数のときは整数ではない。

以上より，必要十分条件は n が偶数であること である。

2026 年度 九州大学・文系 第 4 問

【数学（文系）第 4 問】〈2026 年度・前期日程〉

$0 < r < 1$ とする。表が出る確率が r，裏が出る確率が $1-r$ の硬貨を投げ，表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き，裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く。この要領で硬貨を繰り返し投げ，左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく。

例えば，3 回硬貨を投げ，結果が順に「裏，表，表」であれば，左から順に「黒，白，白，白，白」と 5 つの玉が並ぶ。

n を自然数とする。$n+2$ 回硬貨を投げたとき，左から n, $n+1$, $n+2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

(1) p_1, p_2 を求めよ。

(2) $n \geqq 2$ とする。$n+2$ 回硬貨を投げたとき，左から 1, n, $n+1$, $n+2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_{n-1} を用いて表せ。

(3) $n \geqq 3$ のとき，p_n を p_{n-2}, p_{n-1} を用いて表せ。

(4) p_n を求めよ。

解説

硬貨を投げた回数と、列の中の玉の位置は一致しない。裏なら一つ、表なら二つ増えるため、最初の結果によって目標の位置が一つか二つずれる。$q = 1 - r$ と置き、最初の一回を取り除いた残りの列で条件を読み直す。

(1) で一番目から三番目を黒にするには、最初の三回がすべて裏でなければならない。二番目から四番目を黒にする場合も、最初が表なら二番目は白になって失敗するため、最初は裏に限られる。その後の三位置も黒なので、四回とも裏となる。初期値はここから求める。

(2) では先頭が黒という追加条件が、最初の結果を裏に固定する。先頭の一玉を取り除けば、目標の $n, n+1, n+2$ 番目は残りの $n-1, n, n+1$ 番目になる。残りの投数も $n+1 = (n-1)+2$ となり、p_{n-1} の定義とちょうど一致する。最初の裏の確率を掛けて答える。

(3) は目標が三番目以降なので、最初が表でも裏でも可能性がある。裏の場合は (2) と同じ一位置の移動である。表の場合は先頭の二つの白玉を取り除き、目標が $n-2, n-1, n$ 番目へ移る。

ただし表の場合、残りの投数は $n+1$ で、p_{n-2} の定義にある n 回より一回多い。この違いを説明せずに定義を当てはめてはいけない。残りの最初の n 回だけで少なくとも n 個の玉が並ぶので、目標の三位置は既に確定している。最後の一回は列の右へ足すだけで、それらの色を変えない。

したがって表の場合の条件付き確率は p_{n-2} でよい。二つの初回結果は排反で、その後の硬貨は初回から独立なので、各確率を掛けて足す。$p_n = qp_{n-1} + rp_{n-2}$ が成立するのは $n \geqq 3$ であり、最初の二項は別に使う。

(4) では $q + r = 1$ を利用して、隣接差の漸化式へ直す。$p_n - p_{n-1} = -r(p_{n-1} - p_{n-2})$ となり、差の数列は公比 $-r$ の等比数列である。初期の差は $q^4 - q^3 = -rq^3$ なので、符号も含めて一般の差を求める。

元の確率は最初の項に差の和を足して復元する。和の初めが指数零、最後が $n-1$ であることを確認し、等比級数の公式を使う。分母 $1+r$ は正で零ではない。得た式は一項目でも初期値に一致し、二項目では q^4 に戻る。負の公比により奇数回・偶数回で補正の符号が変わるが、硬貨の確率としての値は常に正になる。位置のずれと余分な投数を処理した後で、数列の計算へ進むことが重要である。