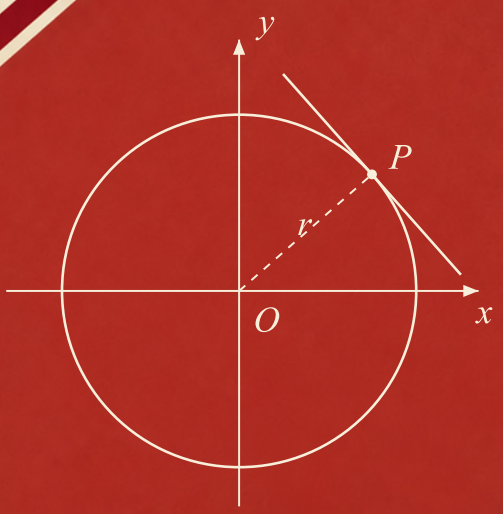
岡山大学

理系

数学

過去問10年

2016-2025



解答編

解説・答案・別解

株式会社Fermion 編

Evolton

大学入試過去問シリーズ

岡山大学

理系数学

2016〜2025 年度　前期日程

解答編

株式会社 Fermion 編

Evolton

はじめに

本書は、岡山大学の前期日程に出題された理系数学を収録した解答編です。2016〜2025 年度のうち、収録年度一覧に示す 10 年度を新しい順に掲載しています。

解説では、条件を数式に移すところから、解法を選ぶ理由、計算を進める順序まで述べています。答案には試験場で書く論証をまとめ、別解・背景には他の見方や関連する考え方を添えました。

各年度の出題番号と、問題に付された区分を保っています。

本書の使い方

まず問題を解き、方針が立たなかったところや論証を省いたところを残してください。解説で考え方を確認した後、答案を閉じてもう一度書くと、条件の扱いと計算の順序を確かめられます。別解は主解を理解してから読み、どの条件によってその方法が使えるかを比べてください。

収録範囲は前期 10 年（2016〜2025 年度）です。

収録年度・問題

年度	問題	ページ
2025 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	1
2024 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	11
2023 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	21
2022 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	30
2021 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	38
2020 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	51
2019 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	60
2018 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	69
2017 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	82
2016 年度	第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 4 問	90

分野索引 …… 100

2025 年度 岡山大学・理系 第 1 問

試験時間・選択条件

全 4 問。答えだけでなく、途中の手順や考え方も記述する。

【数学（理系）第 1 問】〈2025 年度・前期日程〉

以下の問いに答えよ.

(1)　方程式

$$3x+11y=1$$

の整数解の 1 つを求めよ.

(2)　方程式

$$3x+11y=1000$$

の整数解をすべて求めよ.

(3)　自然数 x, y が (2) の方程式を満たすとする. $|x-y|$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ.

解説

(1) では小さい整数を試して一組を見つける。(2) では 3 で割った余りを調べると、y を一つの整数 k で表せる。得た式を代入し、すべての整数解を尽くすことまで確かめる。

(3) では x, y が自然数であるため、k の範囲が有限になる。$x-y$ の最小・最大を求め、その区間で 0 から最も遠い値を選ぶ。絶対値を外すために何度も場合分けする必要はない。

2 答案

(1) $3\cdot 4+11(-1)=1$ より、例えば

$$(x,y)=(4,-1)$$

である。

(2) $3x+11y=1000$ を 3 で割った余りを考えると、$2y$ の余りが 1 なので、y の余りは 2 である。したがって整数 k を用いて

$$y=2+3k,\qquad x=\frac{1000-11(2+3k)}{3}=326-11k$$

と表せる。逆に、この形の x,y はすべて元の式を満たす。よって全整数解は

$$(x,y)=(326-11k,\ 2+3k)\qquad (k\text{は整数})$$

である。

(3) $x,y>0$ より $326-11k>0,\ 2+3k>0$ であり、k は整数だから

$$0\leqq k\leqq 29.$$

このとき $x-y=324-14k$ なので

$$-82\leqq x-y\leqq 324.$$

したがって $|x-y|\leqq 324$ であり、等号は $k=0$ のときに限る。よって最大値は 324、そのとき

$$(x,y)=(326,2)$$

である。

3 別解・背景

別の一般解を使う。(1) の解を 1000 倍すると $(4000,-1000)$ も (2) の解である。したがって

$$3(x-4000)=-11(y+1000).$$

3 と 11 は互いに素なので、整数 t により $x=4000+11t,\ y=-1000-3t$ となる。自然数条件は $-363\leqq t\leqq -334$ であり、$x-y=5000+14t$ の両端は $-82,324$ である。最大値は同じく 324 となる。答案の k とは $t=-334-k$ で対応し、表し方が違っても同じ解を尽くしている。

2025 年度 岡山大学・理系 第 2 問

【数学（理系）第 2 問】〈2025 年度・前期日程〉

xyz 空間における 4 点 $O(0,0,0)$,$A(n,0,0)$,$B(0,n,0)$,$C(0,0,2n)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える．ただし，n は 2 以上の整数とする．以下の問いに答えよ．

(1)　四面体 $OABC$ を平面 $x=k$ で切ったとき，断面として現れる三角形 T_k のすべての頂点の座標を求めよ．ただし，k は整数で $1 \leqq k \leqq n-1$ とする．

(2)　(1) の三角形 T_k の内部に含まれ，y,z 座標がいずれも整数となる点の個数を n,k を用いて表せ．ただし，辺および頂点は内部に含まれないとする．

(3)　四面体 $OABC$ の内部に含まれ，x,y,z 座標がいずれも整数となる点の個数を n を用いて表せ．ただし，面，辺，および頂点は内部に含まれないとする．

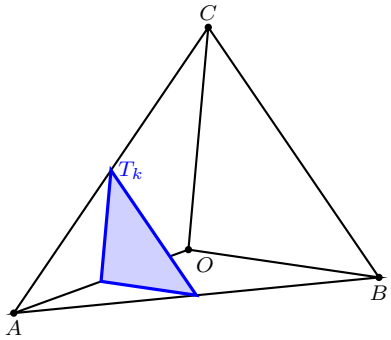
解説

まず面 ABC の方程式を求め、四面体の内部を不等式で表す。$x=k$ に固定すれば、数える対象は yz 平面上の三角形に移る。

内部だけを数えるので、y,z は正で、斜辺の条件も厳密不等号になる。y を一つ決めたときの z の個数を足し、最後に x の値ごとに合計する。断面の個数が平方数になることが、(3) の平方和へつながる。

2 答案

断面 T_k は，辺 OA, AB, AC と平面 $x=k$ との 3 交点を頂点にもつ。



(1) 四面体 $OABC$ は

$$x \geqq 0, \quad y \geqq 0, \quad z \geqq 0, \quad \frac{x}{n}+\frac{y}{n}+\frac{z}{2n} \leqq 1$$

で表される。平面 $x=k$ 上では

$$y \geqq 0, \quad z \geqq 0, \quad 2y+z \leqq 2(n-k)$$

である。したがって断面 T_k の頂点は

$$(k,0,0), \quad (k,n-k,0), \quad (k,0,2(n-k))$$

である。

(2) $m=n-k$ とおく。断面の内部にある整数点は

$$y>0, \quad z>0, \quad 2y+z<2m$$

を満たす整数 y,z に対応する。$m=1$ では点はなく、個数は 0 である。$m \geqq 2$ では、$y=1,2,\ldots,m-1$ に対して，z は

$$1 \leqq z \leqq 2m-2y-1$$

の $2m-2y-1$ 個である。よって個数は

$$\sum_{y=1}^{m-1}(2m-2y-1)=(m-1)^2$$

である。したがって求める個数は

$$(n-k-1)^2$$

である。

(3) 内部の整数点では $x=k$ とおくと $k=1,2,\ldots,n-1$ である。(2) より，$x=k$ 上の個数は $(n-k-1)^2$ であるから，全体の個数は

$$\sum_{k=1}^{n-1}(n-k-1)^2=\sum_{j=0}^{n-2}j^2=\frac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}$$

である。

$n=2$ では和の項は $j=0$ だけであり、求めた式も 0 となる。

3　別解・背景

z の偶奇で直接数える。$n \geqq 3$ とする。内部の整数点では $x, y, z > 0$ かつ $2x + 2y + z < 2n$ である。

$z = 2h - 1$ なら $x + y + h \leqq n$、$z = 2h$ なら $x + y + h \leqq n - 1$ となる。ただし h は正整数である。

正整数 x, y, h で和が m 以下となる組の個数を考える。非負整数 $w = m - x - y - h$ を導入すると、$x-1, y-1, h-1, w$ は和が $m - 3$ の非負整数である。$m - 3$ 個の印と 3 本の仕切りを並べると、その個数は ${}_m\mathrm{C}_3$ となる。

したがって求める個数は

$$ {}_n\mathrm{C}_3 + {}_{n-1}\mathrm{C}_3 = \frac{(n-1)(n-2)(2n-3)}{6}. $$

$n = 3$ では第 2 項は 0 と読み、$n = 2$ では内部の整数点はなく 0 である。面上を含めると条件の不等号が変わることに注意する。

3 2025 年度 岡山大学・理系 第 3 問

【数学（理系）第 3 問】〈2025 年度・前期日程〉

xy 平面上に点 $O(0,0)$,$A(4,0)$, 円 $C:x^2+y^2=4$ 上を動く点 $P(a,b)$ があるとする．各点 P に対して，線分 AP の垂直二等分線を l_P とする．以下の問いに答えよ．

(1)　直線 l_P の方程式を求めよ．

(2)　直線 OP と l_P が平行であるとき，P の座標を求めよ．

(3)　直線 OP と l_P が交点をもつとき，交点 Q の軌跡の方程式を求め，さらにその軌跡を図示せよ．

解説

垂直二等分線は、A,P から等距離にある点の集合として求める。直線 OP は鉛直になることもあるため、傾きを使わず、交点の座標を (ta,tb) と表す。

(2) で交点がなくなる条件を調べたうえで、(3) では a,b,t を消去する。消去で得た曲線上のすべての点が、元の作図から得られることも確認する。図には中心・頂点・漸近線を示す。

2　答案

(1) l_P 上の点を (x, y) とすると，$A(4, 0)$ と $P(a, b)$ から等距離であるから

$$(x-4)^2+y^2=(x-a)^2+(y-b)^2$$

である。$a^2+b^2=4$ を用いて整理すると

$$(a-4)x+by+6=0$$

となる。これが求める直線の方程式である。

(2) 直線 OP の方向ベクトルは (a, b)，直線 l_P の法線ベクトルは $(a-4, b)$ である。両直線が平行である条件は

$$a(a-4)+b^2=0$$

である。$a^2+b^2=4$ より

$$4-4a=0$$

となるので，$a=1$ である。したがって $b=\pm\sqrt{3}$ であり，

$$P=(1, \sqrt{3}),\quad (1, -\sqrt{3})$$

である。

(3) 交点を Q とし，$Q=t(a, b)$ とおく。Q が l_P 上にあるから

$$t\{a(a-4)+b^2\}+6=0$$

である。$a^2+b^2=4$ より

$$4t(1-a)+6=0,\quad \text{すなわち}\quad t=\frac{3}{2(a-1)}$$

である。ここで $a\neq 1$ は交点をもつ条件である。

$Q=(X, Y)$ と書くと，$X=ta, Y=tb$ であり，前式から

$$t=X-\frac{3}{2}$$

である。また $a^2+b^2=4$ より $X^2+Y^2=4t^2$ であるから

$$X^2+Y^2=(2X-3)^2$$

を得る。したがって軌跡の方程式は

$$Y^2=3(X-1)(X-3)$$

である。

すなわち $(X-2)^2-Y^2/3=1$ である。

逆に、この双曲線上の任意の点 (X, Y) を取ると、$X\leqq 1$ または $X\geqq 3$ なので、$t=X-3/2\neq 0$ である。そこで

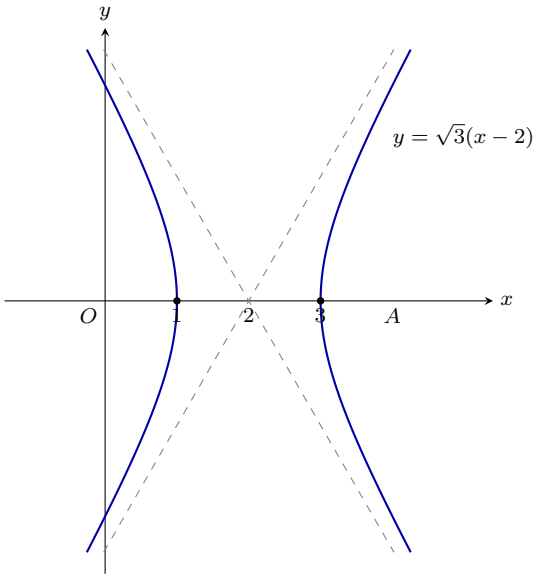
$$a=\frac{X}{t},\qquad b=\frac{Y}{t}$$

とおく。双曲線の式から $a^2+b^2=4$ となる。また $a=1$ なら $X=t=X-3/2$ となって矛盾するので、$a\neq 1$ である。さらに $4X-4t=6$ より、(X, Y) は元の直線 OP と l_P の交点になる。

したがって軌跡は双曲線全体であり、変数を x, y に戻すと

$$(x-2)^2-\frac{y^2}{3}=1$$

である。中心は $(2, 0)$、頂点は $(1, 0), (3, 0)$、漸近線は $y=\pm\sqrt{3}(x-2)$ となる。



3 別解・背景

二つの焦点からの距離。Q は垂直二等分線上にあるので $QA=QP$ であり、O,P,Q は一直線上にある。

右側の枝では $x \geqq 3$ より $t=x-3/2>1$ である。P は線分 OQ 上にあり、$OP=2$ だから $OQ-QA=OQ-QP=2$ となる。

左側の枝では $x \leqq 1$ より $t<0$ である。O は線分 PQ 上にあり、$QA-OQ=QP-OQ=2$ となる。

したがって、どちらの枝でも $|QA-QO|=2$ である。焦点 O,A をもつ双曲線という幾何学的な意味が、座標計算の結果と一致する。