

入 学 試 験 問 題

数 学



広島大学 2017 年度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

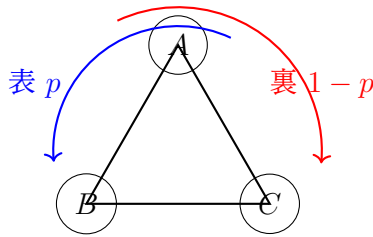
数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \tan \frac{\pi}{3}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + 1} + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定める. 次の問いに答えよ. (1) $a_2 = \tan \frac{\pi}{6}$, $a_3 = \tan \frac{\pi}{12}$ であることを示せ. (2) 一般項 a_n を表す n の式を推定し, それが正しいことを数学的帰納法により証明せよ. (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ を求めよ.

第 2 問

$a > 0$ とする. 次の問いに答えよ. (1) 関数 $f(t) = t^3 - 2at + 1$ の区間 $t \geq 0$ における最小値を, a を用いて表せ. (2) (1) で求めた最小値が 0 となるときの a の値を A とおく. A^3 を求めよ. (3) 座標平面上の曲線 $y = x^4$ を C_1 , 点 $(0, a)$ を中心とする半径 a の円を C_2 とする. C_1 と C_2 の共有点の個数を調べよ. (4) 座標平面において, 点 P が曲線 $y = x^4$ 上を動くときの点 P と点 $(0, a)$ の距離の最小値を考える. その最小値が a に等しくなるような a の値の範囲を求めよ.

第 3 問

表が出る確率が p 、裏が出る確率が $1-p$ であるようなコインがある。ただし、 $0 < p < 1$ である。このとき、正三角形の 3 頂点 A, B, C を次の規則で移動する動点 R を考える。コインを投げて表が出れば R は反時計まわりに隣の頂点に移動し、裏が出れば R は時計まわりに隣の頂点に移動する。 R は最初 A にあり、全部で $(2N+3)$ 回移動する。ここで、 N は自然数である。移動回数がちょうど k に達したときに R が A に初めて戻る確率を P_k ($k = 2, 3, \dots, 2N+3$) とする。次の問いに答えよ。(1) P_2, P_3 を求めよ。(2) P_{2m}, P_{2m+1} ($2 \leq m \leq N+1$) を求めよ。(3) $p = \frac{1}{2}$ とする。移動回数がちょうど $2N+3$ に達したときに R が A に 2 度目に戻る確率 Q を求めよ。



第 4 問

座標空間内の平面 $H : z = 0$ とその上の曲線 $C : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ を考える. C 上の点を通り z 軸に平行な直線の全体が作る曲面を K とする. C 上の 2 点 $A(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0), B(-1, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ に対し, 線分 AB を含み平面 H と 45° の角をなす平面を T とする. ただし, 平面 T と z 軸の交点の z 座標は正であるとする. 平面 H , 平面 T および曲面 K が囲む二つの立体のうち z 軸と交わるものを V とする. 次の問いに答えよ. (1) 立体 V と平面 H の共通部分の面積を求めよ. (2) 立体 V を平面 $x = t$ ($-1 < t < 2$) で切ったとき, 断面の面積 $S(t)$ を t を用いて表せ. (3) 立体 V の体積を求めよ.

第 5 問

x 座標, y 座標がともに整数である座標平面上の点を格子点とよぶ. 格子点 $O(0, 0)$ および $A(50, 14)$ を考える. 次の問いに答えよ. (1) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 6$ を満たす格子点 P を一つ求めよ. (2) m を自然数とする. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 6$ を満たす格子点 P のうち, 長さ OP が m 番目に小さい点を P_m とする. P_1 および P_2 を求めよ. (3) P_m を (2) で定めた格子点とする. 自然数 k に対し, ベクトル $\overrightarrow{P_{2k}P_{2k+1}}$ および $\overrightarrow{P_{2k}P_{2k+2}}$ を成分表示せよ. (4) P_m を (2) で定めた格子点とする. Q を $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{P_{14}P_{16}}$ を満たす点とする. 四角形 $OQP_{16}P_{14}$ の周および内部に含まれる格子点をすべて求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)