

入 学 試 験 問 題



数 学

広島大学 2020 年度 理系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

a, b を正の定数とする。 $0 < \theta < \pi$ を満たす実数 θ に対し、平面上で次の三つの条件を満たす三角形 PAB と、この三角形と辺 AB を共有する長方形 $ABCD$ を考える。

- (i) $PA = a$ 、 $PB = b$ 、 $\angle APB = \theta$ である。
- (ii) 2点 C, D はともに、直線 AB に関して点 P と反対側にある。
- (iii) $AB = 3AD$ である。

三角形 PAB の面積と長方形 $ABCD$ の面積の和を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) 辺 AB の長さを a, b, θ を用いて表せ。
- (2) S を a, b, θ を用いて表せ。
- (3) θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くときの S の最大値を M とし、 S が最大値 M をとるときの θ の値を β とする。 M を a, b を用いて表せ。また、 $\sin \beta$ および $\cos \beta$ の値を求めよ。
- (4) $a = 16$ 、 $b = 25$ とする。 $\theta = \beta$ のとき、点 P と直線 AB の距離を求めよ。

第 2 問

i を虚数単位とする。 $z \neq -1$ を満たす複素数 z に対し、

$$w = \frac{z - i}{z + 1}$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $z \neq -1$ のとき $w \neq 1$ であることを示せ。また、 $w \neq 1$ のとき、 z を w を用いて表せ。
- (2) t を -1 と異なる実数とする。複素数平面において、実部が t である複素数全体の描く直線を l_t とおく。点 z が直線 l_t 上を動くとき、点 w はある円 S_t から 1 点を取り除いた図形の上を動く。この円 S_t の中心 P_t に対応する複素数を t を用いて表せ。
- (3) P_t を (2) で定義した点とする。 t が -1 以外の実数全体を動くときに P_t が描く図形を、複素数平面上に図示せよ。

第 3 問

関数

$$f(x) = xe^{-2x^2}$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値および極小値を求めよ。また、それぞれをとるときの x の値を求めよ。
- (2) $a > 0$ とし、点 $A(a, 0)$ を考える。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線を l_t とおく。 l_t が点 A を通るような実数 t がちょうど 2 つあるとする。このとき、 a の値を求めよ。さらに、その 2 つの t の値を p, q (ただし $p < q$) とおくと、 p, q を求めよ。
- (3) q を (2) で定めた値とする。曲線 $y = f(x)$ 、直線 $x = q$ および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

第 4 問

n を正の整数とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin nx \, dx$$

の値を求めよ。

(2) 定積分

$$\int_0^{\pi} |\sin nx| \, dx$$

の値を求めよ。

(3) 座標平面において連立不等式

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad y \leq |\sin nx|$$

の表す図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(4) 座標平面において連立不等式

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{x} |\sin nx|$$

の表す図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

第 5 問

1 個のさいころを 3 回投げ、1 回目に出た目を a_1 、2 回目に出た目を a_2 、3 回目に出た目を a_3 とする。次に、1 枚の硬貨を 3 回投げる。 $k = 1, 2, 3$ に対し、 k 回目に表が出た場合は $b_k = 1$ 、裏が出た場合は $b_k = a_k$ とおく。ベクトル

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ である確率を求めよ。
- (2) $b_1 = 1$ である確率を求めよ。
- (3) $\vec{b} = (1, 1, 1)$ であったとき、 $\vec{a} = (1, 1, 5)$ である条件付き確率を求めよ。
- (4) $\vec{b} = (1, 1, 1)$ であったとき、 $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ である条件付き確率を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)