

入 学 試 験 問 題

数 学



広島大学 2024 年度 文系

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

A, B, C, D, E の 5 人が、それぞれゲーム α とゲーム β の 2 種類のゲームを行った。ゲーム α の得点を x 、ゲーム β の得点を y で表す。次の表はそれぞれのゲームにおける得点である。ただし、 a, b は整数である。なお、得点が負になることもあり得る。

	A	B	C	D	E
得点 x	7	6	8	a	4
得点 y	0	-4	-1	2	b

ゲーム α の得点の平均値は 7 であるとし、ゲーム β の得点 y の平均値を m とする。次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) p, q は実数で、 $p \neq 0$ とする。ゲーム β の得点 y を $z = py + q$ により変換し、新たな変量 z を作成する。 z の分散を s_z^2 、二つの変量 x, z の共分散を s_{xz} とする。このとき、 s_z^2 と s_{xz} を p, q, m のうちの必要なものを用いて表せ。ただし、変量 x と z との共分散は x の偏差と z の偏差の積の平均値である。

(3) 変量 x と (2) で作った変量の相関係数が $\frac{3}{4}$ であるとき、 m と b の値を求めよ。また、 p が正であるか負であるかを答えよ。

第 2 問

実数 t および $0 < a < b$ を満たす実数 a, b に対し、

$$f(t) = \int_a^b (x - at)(x - bt) dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(0)$ を a と b を用いて表せ。

(2) $14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。このとき、 $\frac{b}{a}$ の値を求めよ。

(3) $14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。 t の関数 $y = f(t) - f(0)$ の最小値が -6 となるとき、 a の値を求めよ。

第 2 問

座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(1, 1, 0)$ 、 $B(0, 1, 1)$ 、 $C(1, 2, -1)$ に対し、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ 、 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。

(2) 点 O, A, B を通る平面を α とする。点 C から平面 α に下ろした垂線と平面 α の交点を M とする。点 M の座標を求めよ。

(3) 点 M を (2) で定めた点とする。点 D を直線 CM 上の点であって

$$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}|$$

となるものとする。ただし、点 D は点 C とは異なる点である。このとき、点 D の座標を求めよ。

(4) 点 D を (3) で定めた点とする。三角形 CAD の面積 S を求めよ。

第 4 問

a と r を正の実数とする。座標平面上の放物線 $y = x^2$ と、中心 $(0, a)$ 、半径 r の円 C を考える。次の問いに答えよ。

(1) $a = r$ とする。このとき、放物線 $y = x^2$ と円 C との共有点の一つのみになるような r の値の範囲を求めよ。

(2) 円 C が不等式 $y > 0$ の表す領域に含まれるための必要十分条件を a と r を用いて表せ。

(3) a と r は (2) で求めた条件を満たすとする。このとき、放物線 $y = x^2$ と円 C との共有点がちょうど二つになるような (r, a) の範囲を ra 平面に図示せよ。

(4) 正の実数 s に対し、中心 $(0, a + r + s)$ 、半径 s の円を C' とする。円 C と円 C' は次の条件 (i) と (ii) を満たすとする。

(i) 円 C は不等式 $y > 0$ の表す領域に含まれ、さらに放物線 $y = x^2$ と円 C との共有点はちょうど二つである。

(ii) 放物線 $y = x^2$ と円 C' との共有点はちょうど二つである。

このとき、 s を r を用いて表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)