

入 学 試 験 問 題



数 学

北 海 道 大 学 2000 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) 次の不等式の表す領域 D を図示せよ。

$$|x| \leq y \leq -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

(2) 点 $A = \left(-\frac{7}{2}, 0\right)$ とし、点 B を、直線 AB が

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

に接するような領域 D の点とする。点 P が D を動くとき、三角形 ABP の面積の最大値を求めよ。

(3) 領域 D の点 (x, y) について

$$\frac{y}{x + \frac{7}{2}}$$

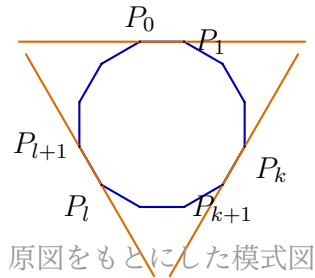
がとる値の範囲を求めよ。

第 2 問

n を自然数とし、正 $4n$ 角形

$$P_0P_1 \cdots P_{4n-1}$$

を考える。



- (1) 辺 P_0P_1 と辺 P_kP_{k+1} ($1 \leq k \leq 2n-1$) を延長した直線の交点を Q_k とする。このとき、 $\angle P_0Q_kP_{k+1}$ の大きさを求めよ。
- (2) 3 直線 P_0P_1 , P_kP_{k+1} , P_lP_{l+1} ($k < l$) が、正 $4n$ 角形を含む鋭角三角形を作るような k, l の組は何通りあるか。

第 3 問

空間内の 4 点

$$O = (0, 0, 0), \quad A = (-1, 1, 0), \quad B = (1, 0, 0), \quad C = (0, 1, 1)$$

をとる。

- (1) 直線 OA 上の点 H を, $CH \perp OA$ となるようにとる。 H の座標を求めよ。また, $C' = (0, 1, 0)$, $\angle CHC' = \theta$ とするとき, $\cos \theta$ を求めよ。
- (2) 直線 OA 上の点 P と直線 BC 上の点 Q との距離 $\overline{PQ}$ が最小となる P, Q の座標を求めよ。

第 4 問

(1) 方程式

$$Ae^x - x = 0$$

が $0 < x < 3$ の範囲で異なる 2 つの解をもつための実数 A の範囲を求めよ。ただし、 $e = 2.71 \dots$ は自然対数の底である。

(2) 定積分

$$\int_0^{\pi/2} e^t \cos t \, dt$$

の値を求めよ。

(3)

$$\log f(x) = x - 3 + 2 \int_0^{\pi/2} f(t) \cos t \, dt, \quad f(0) < 1$$

を満たす関数 $f(x)$ が 2 つ存在することを示せ。ただし、 $\log$ は自然対数とする。

第 5 問

正の数 t , 実数 p, q に対して, 関数

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

は

$$f(0) = 1, \quad f'(0) = 2, \quad f(t) = p, \quad f'(t) = q \quad (*)$$

を満たすとする。

(1) c, d を求め, a, b を t, p, q で表せ。

(2) 条件 (*) を満たす $f(x)$ について, 3つの不等式

$$a \leq 0, \quad b \leq 0, \quad p \geq 0$$

を同時に満たすような点 (p, q) の領域を図示し, その面積 S を t で表せ。

(3) $t > 0$ の範囲で S が最小となる t と, S の最小値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)