

入 学 試 験 問 題



数 学

北 海 道 大 学 2001 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

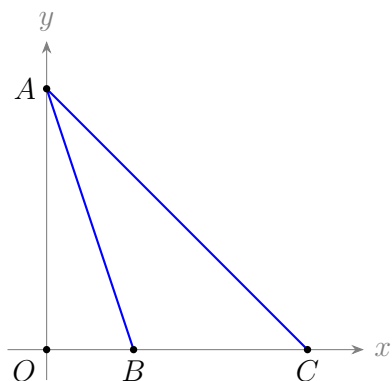
第 1 問

平面上の 4 点

$$O(0, 0), \quad A(0, 3), \quad B(1, 0), \quad C(3, 0)$$

について次の問いに答えよ。

- (1) $\sin \angle BAC$ を求めよ。
- (2) 点 P が線分 OA 上を動くとき、 $\sin \angle BPC$ の最大値と、それを与える点 P の座標を求めよ。



第 2 問

次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) 方程式

$$e^x - e^{-x} = 2x$$

の解は $x = 0$ に限ることを示せ。

(2) p を実数とする。次の等式が成り立つのは $p = 0$ の場合に限ることを示せ。

$$\int_{1/e}^e t^{p-1} dt = 2$$

第 3 問

2 次の正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x & z \\ z & y \end{pmatrix} \quad (x, y, z \text{ は実数})$$

に対して、 $AX = XA$ が成り立っているとき、次の問いに答えよ。

(1) z を x, y で表せ。

(2) X はある実数 p, q に対して

$$X = p \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

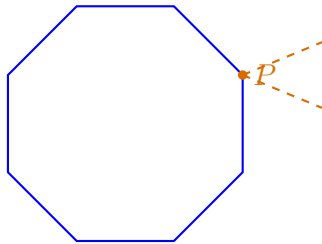
と表せることを示せ。

第 4 問

n を 2 以上の整数とし、周囲の長さが 2 の正 $2n$ 角形 K と、 K の 1 つの頂点 P を考える。

- (1) K と同じ平面上にある長さが $\frac{1}{n}$ 以下のひもで、 K の内部を通らずに点 P と結べる点の全体がなす図形の面積を求めよ。
- (2) K と同じ平面上にある長さが 1 以下のひもで、 K の内部を通らずに点 P と結べる点の全体がなす図形の面積を S_n とする。次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$



図は $2n = 8$ の場合

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)