

入 学 試 験 問 題

数 学



北 海 道 大 学 2013 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

1 $f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする。

- (1) $t = \sin x + \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の関数で表せ。
- (2) t の取り得る値の範囲を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ。

第 2 問

2 次の規則に従って座標平面を動く点 P がある。2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする。

- (i) X が 4 の倍数ならば、点 P は x 軸方向に -1 動く。
- (ii) X を 4 で割った余りが 1 ならば、点 P は y 軸方向に -1 動く。
- (iii) X を 4 で割った余りが 2 ならば、点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。
- (iv) X を 4 で割った余りが 3 ならば、点 P は y 軸方向に $+1$ 動く。

たとえば、2 と 5 が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を 4 で割った余りが 2 であるから、点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。

以下のいずれの問題でも、点 P は原点 $(0, 0)$ を出発点とする。

- (1) 2 個のサイコロを 1 回投げて、点 P が $(1, 0)$ にある確率を求めよ。
- (2) 2 個のサイコロを 1 回投げて、点 P が $(0, 1)$ にある確率を求めよ。
- (3) 2 個のサイコロを 3 回投げて、点 P が $(2, 1)$ にある確率を求めよ。

第 3 問

3 空間ベクトル $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を考える。 $|\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$ で, $\vec{b}$ は xy 平面上にあり, その y 成分は正とする。また, $\vec{a} \cdot \vec{b} = p$ とおく。

(1) $|p| < 1$ であることを示せ。また, p を用いて $\vec{b}$ の成分表示を書け。

(2) $\vec{c}$ と $\vec{d}$ は相異なり,

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} = p$$

をみたすとする。 $\vec{c}$ の z 成分が正のとき, p を用いて $\vec{c}$ と $\vec{d}$ の成分表示を書け。

(3) 上の条件に加えて $\vec{c} \cdot \vec{d} = p$ であるとき p の値を求めよ。

第 4 問

4 実数 t が $0 \leq t < 8$ をみたすとき、点 $P(t, t^3 - 8t^2 + 15t - 56)$ を考える。

- (1) 点 P から放物線 $y = x^2$ に 2 本の異なる接線が引けることを示せ。
- (2) (1) での 2 本の接線の接点を Q および R とする。線分 PQ , PR と放物線 $y = x^2$ で囲まれた領域の面積 $S(t)$ を t を用いて表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)