

入 学 試 験 問 題

数 学



北 海 道 大 学 2014 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

1 $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$ とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値，およびそのときの x を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ に 2 点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ ($a < b$) で接する直線の方程式を求めよ。

第 2 問

2 四面体 $OABC$ は, $OA = OB = OC = 1$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ をみたす。
辺 OA 上の点 P と辺 OB 上の点 Q を $OP = p$, $OQ = q$, $pq = \frac{1}{2}$ となるようにとる。
 $p + q = t$ とし, $\triangle CPQ$ の面積を S とする。

- (1) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) S を t で表せ。
- (3) S の最小値, およびそのときの p , q を求めよ。

第 3 問

3 逆行列をもつ 2 次の正方行列, $A_1, A_2, A_3, \dots$ が, 関係式

$$A_{n+1}A_n = A_n + 2E \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする。さらに $A_1 + E$ は逆行列をもつとする。ここで E は 2 次の単位行列とする。

(1) すべての自然数 n に対して $A_n + E$ は逆行列をもち,

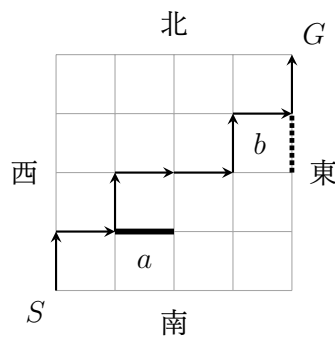
$$(A_{n+1} + E)^{-1} = \frac{1}{2}A_n(A_n + E)^{-1}$$

が成立することを示せ。

(2) $B_n = (2E - A_n)(A_n + E)^{-1}$ により, 行列 B_n を定める。 B_{n+1} と B_n との間に成立する関係式を求め, B_n を B_1 と n を用いて表せ。

第 4 問

4 図のような格子状の道路がある。S 地点を出発して、東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。ただし太い実線で描かれた区間 a を通り抜けるのに 1 分、点線で描かれた区間 b を通り抜けるのに 8 分、それ以外の各区間を通り抜けるのに 2 分かかるものとする。たとえば、図の矢印に沿った経路では S を出発し G に到達するまでに 16 分かかる。



- (1) a を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (2) a を通り抜けずに b を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (3) すべての経路から任意に 1 つ選んだとき、S 地点から G 地点に到達するのにかかる時間の期待値を求めよ。

第 5 問

5

$$f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{3}} |\sin \theta| d\theta$$

とおく。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq \pi$ における $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)