

入 学 試 験 問 題



数 学

北 海 道 大 学 2019 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

p を負の実数とする。座標空間に原点 O と 3 点 $A(-1, 2, 0)$, $B(2, -2, 1)$, $P(p, -1, 2)$ があり, 3 点 O, A, B が定める平面を α とする。また, 点 P から平面 α に垂線を下ろし, α との交点を Q とする。

- (1) $\overrightarrow{OQ} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$ となる実数 a, b を p を用いて表せ。
- (2) 点 Q が $\triangle OAB$ の周または内部にあるような p の範囲を求めよ。

第 2 問

x を正の実数とし、座標平面上に 3 点 $A(x, 0)$, $B(-2, 2)$, $C(-3, 3)$ をとる。直線 AB と直線 AC のなす角を θ とする。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) $\tan \theta$ を x で表せ。
- (2) $x > 0$ における $\tan \theta$ の最大値およびそのときの x の値を求めよ。

第 3 問

n を自然数とする。数列 $2, 1, 2, 1, 1$ のように各項が 1 または 2 の有限数列（項の個数が有限である数列）を考える。各項が 1 または 2 の有限数列のうちすべての項の和が n となるものの個数を s_n とする。例えば、 $n = 1$ のときは、 1 項からなる数列 1 のみである。したがって、 $s_1 = 1$ となる。 $n = 2$ のときは、 1 項からなる数列 2 と 2 項からなる数列 $1, 1$ の 2 つである。したがって、 $s_2 = 2$ となる。

- (1) s_3 を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき、 s_n を s_{n-1} と s_{n-2} を用いて表せ。
- (3) 3 以上のすべての n の対して $s_n - \alpha s_{n-1} = \beta(s_{n-1} - \alpha s_{n-2})$ が成り立つような実数 α, β の組 (α, β) を 1 組求めよ。
- (4) s_n を求めよ。

第 4 問

実数 a, b, c に対し、関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + bx + c$ を考える。1 次関数 $g(x)$ があり、 $f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ は、すべての x に対し等式 $f(x) = f'(x)g(x) - 6x$ を満たしているとする。

(1) b と c を a で表せ。

(2) 3 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 個の実数解をもつように、 a の値の範囲を定めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)