

入 学 試 験 問 題

数 学



北 海 道 大 学 2021 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$f(x) = x^4 + 6x^3 - 24x^2$ とし，曲線 $C : y = f(x)$ を考える。

- (1) C の変曲点をすべて求めよ。
- (2) C の変曲点のうち x 座標の値が最大のものを P とする。 P における C の接線 l の方程式を求めよ。
- (3) C と (2) の接線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。

第 2 問

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とし、平面上の点 P と点 Q を

$$P \left(\frac{1}{2} \{1 - \cos \theta - \sqrt{3}(\tan \theta - \sin \theta)\}, \frac{1}{2} \{ \sqrt{3}(1 - \cos \theta) + \tan \theta - \sin \theta \} \right)$$

$$Q \left(\frac{1}{2} \{1 + \cos \theta - \sqrt{3}(\tan \theta + \sin \theta)\}, \frac{1}{2} \{ \sqrt{3}(1 + \cos \theta) + \tan \theta + \sin \theta \} \right)$$

で定める。 M を線分 PQ の中点とし、 O を原点 $(0, 0)$ とする。

- (1) $\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{OM}$ を求めよ。
- (2) 3 点 O , P , Q は同一直線上にあることを示せ。
- (3) $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{PM}|$ となるような θ の値を求めよ。

第 3 問

袋の中に番号 1 のカードが 1 枚、番号 2 のカードが 2 枚、番号 3 のカードが 3 枚、番号 4 のカードが 4 枚、合計 10 枚入っている。この袋の中からカードを 1 枚ずつ引いていく。ただし、一度引いたカードは袋の中には戻さないものとする。 n 枚目で初めて 4 つすべての番号のカードが現れる事象を A_n 、初めて 4 つすべての番号のカードが現れたときに引いたカードが番号 j である事象を B_j とする。

- (1) A_{10} の起こる確率を求めよ。
- (2) $A_9 \cap B_1$ の起こる確率を求めよ。
- (3) A_9 が起こったときの B_1 が起こる条件付き確率を求めよ。

第 4 問

次の問に答えよ。

(1) 整数 m に対して、 m^2 を 4 で割った余りは 0 または 1 であることを示せ。

(2) 自然数 n, k が

$$25 \times 3^n = k^2 + 176 \quad \cdots \cdots (*)$$

を満たすとき、 n は偶数であることを示せ。

(3) (2) の関係式 (*) を満たす自然数の組 (n, k) をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)