

入 学 試 験 問 題



数 学

北 海 道 大 学 2023 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$P(x)$ を x についての整式とし, $P(x)P(-x) = P(x^2)$ は x についての恒等式であるとする。

- (1) $P(0) = 0$ または $P(0) = 1$ であることを示せ。
- (2) $P(x)$ が $x - 1$ で割り切れないならば, $P(x) - 1$ は $x + 1$ で割り切れることを示せ。
- (3) 次数が 2 である $P(x)$ をすべて求めよ。

第 2 問

三角形 OAB は辺の長さが $OA = 3$, $OB = 5$, $AB = 7$ であるとする。また, $\angle AOB$ の 2 等分線と直線 AB との交点を P とし, 頂点 B における外角の 2 等分線と直線 OP との交点を Q とする。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また, $|\overrightarrow{OP}|$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また, $|\overrightarrow{OQ}|$ の値を求めよ。

第 3 問

n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて出た目の数を順に $a_1, a_2, \dots, a_n$ とし、

$$K_n = |1 - a_1| + |a_1 - a_2| + \dots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - 6|$$

とおく。また K_n のとりうる値の最小値を q_n とする。

- (1) $K_2 = 5$ となる確率を求めよ。
- (2) $K_3 = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) q_n を求めよ。また $K_n = q_n$ となるための $a_1, a_2, \dots, a_n$ に関する必要十分条件を求めよ。

第 4 問

q を実数とする。座標平面上に円 $C : x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $P : y = x^2 + q$ がある。

(1) C と P に同じ点で接する傾き正の直線が存在するとき、 q の値およびその接点の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた q の値を q_1 、接点の y 座標を y_1 とするとき、連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ y \geq x^2 + q_1 \\ y \leq y_1 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)