

入 学 試 験 問 題



数 学

熊 本 大 学 2017 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, c)$ がある. ただし, $c > 0$ とする. $\angle BAC = \theta$ とし, $\triangle ABC$ の面積を S とするとき, 以下の問いに答えよ.

(問 1) $\cos \theta$, $\sin \theta$ を c を用いて表せ.

(問 2) 点 O を中心とする半径 1 の球面上の点を H とする. ベクトル $\overrightarrow{HA}$, $\overrightarrow{HB}$, $\overrightarrow{HC}$ がいずれもベクトル $\overrightarrow{OH}$ に垂直であるとき, c の値を求めよ.

(問 3) (問 2) の条件のもとで, 面積 S を求めよ.

第 1 問

原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ がある. ただし, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ とする. $\angle BAC = \theta$ とし, $\triangle ABC$ の面積を S とするとき, 以下の問いに答えよ.

(問 1) $\cos \theta$, $\sin \theta$ を a , b , c を用いて表せ.

(問 2) 点 O を中心とする半径 1 の球面上の点を H とする. ベクトル $\overrightarrow{HA}$, $\overrightarrow{HB}$, $\overrightarrow{HC}$ がいずれもベクトル $\overrightarrow{OH}$ に垂直であるとき, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$ が成り立つことを示せ.

(問 3) (問 2) の条件のもとで, $a = 3$ としたとき, 面積 S の最小値とそのときの b , c の値を求めよ.

(編注) 2021 年名古屋市立大中期薬学部で改変して活用

第 2 問

n は 5 以上の自然数とする．赤玉 3 個と白玉 7 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し，色を確認してからもとに戻すという試行を n 回行う．以下の問いに答えよ．

(問 1) n 回目に 3 度目の赤玉が出る確率を求めよ．

(問 2) 2 度以上連続することなく 3 度赤玉が出る確率を求めよ．

(問 3) n 回目に 3 度目の赤玉が出たとき，2 度以上連続することなく 3 度赤玉が出ている条件付き確率を求めよ．

(編注) 2022 年札幌医科大学前期で改変して活用

第 3 問

$f(x) = x^2 + x$ とし，数列 $\{a_n\}$ を次のように定める． $a_1 = 8$ とする． a_n ($n \geq 1$) に対して，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ 上の点 $((a_n)^2, f((a_n)^2))$ における接線と直線 $y = x$ との交点の x 座標を a_{n+1} とする．ただし， $(a_n)^2$ は a_n の 2 乗を表す．以下の問いに答えよ．

(問 1) すべての自然数 n に対し， $a_n > 0$ が成り立つことを示せ．

(問 2) $b_n = \log_2 a_n$ とおくとき， b_{n+1} を b_n を用いて表せ．

(問 3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

第 4 問

t は 0 でない実数とする. 座標平面上の曲線 $C_1 : y = (x-t)^2 + 2t^3 - t^2$ と曲線 $C_2 : y = 2x^3 - x^2$ について, 以下の問いに答えよ.

(問 1) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点が 2 個になるような t を求めよ.

(問 2) t を (問 1) で求めた値とし, 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点を A, B とする. ただし, 点 A の x 座標は, 点 B の x 座標より小さいとする. このとき, 点 A, B における曲線 C_2 の接線 l_A, l_B と曲線 C_1 で囲まれた部分の面積を求めよ.

第 4 問

$f(x) = x^2 + x$ とし, j は自然数とする. 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める. $a_1 = 2$ とする. a_n ($n \geq 1$) に対して, 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ 上の点 $((a_n)^j, f((a_n)^j))$ における接線と直線 $y = x$ との交点の x 座標を a_{n+1} とする. ただし, $(a_n)^j$ は a_n の j 乗を表す. 以下の問いに答えよ.

(問 1) すべての自然数 n に対し, $a_n > 0$ が成り立つことを示せ.

(問 2) $b_n = \log_2 a_n$ とおくとき, b_{n+1} を b_n を用いて表せ.

(問 3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)