

入 学 試 験 問 題

数 学



熊 本 大 学 2020 年 度 数 学 ①

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

a を実数の定数とし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ に対して

$$y = (\sin \theta + a)(\cos \theta + a)$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおくとき、 y を a, t を用いて表せ。
- (2) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) y の最大値と最小値を a を用いて表せ。

第 2 問

実数 a, c と整数 b が $a < b < c$ を満たすとし、

$$g(x) = (x - a)(x - b)(x - c), \quad f(x) = g(x) - g'(x)$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $f(a) < 0$, $f(b) > 0$, $f(c) < 0$ であることを示せ。
- (2) $f(x) = (x + 1)(x^2 - 4x + 2)$ のとき、 a, b, c を求めよ。
- (3) (2) の a, b, c から定まる 2 曲線 $y = g(x)$ と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

第 3 問

xy 平面において、 x, y がともに整数である点 (x, y) を格子点という。自然数 n に対し、3 直線

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{n}{3}, \quad y = x - n, \quad x = n$$

で囲まれる図形を D_n とする。 D_n の周上および内部にある格子点の個数を L_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) L_3 を求めよ。
- (2) k を 0 以上の整数とする。直線 $\ell: x = n + 3k$ が D_n と交わる時、 D_n の周上および内部にある ℓ 上の格子点の個数を n, k で表せ。
- (3) L_n を n で表せ。

第 4 問

実数 k, s, t に対し、座標空間に

$$O(0, 0, 0), \quad A(1, -1, 1), \quad B(0, 1, 1), \quad C(-1, 0, k)$$

を取る。点 D, E, P を

$$\overrightarrow{OD} = (1-s)\overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{OE} = t\overrightarrow{OB} + (1-t)\overrightarrow{OC}, \quad \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{DE}$$

によって定める。次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標を k, s, t で表せ。
- (2) $0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$ のもとで点 P が動いてできる平行四辺形を $P(k)$ 、その面積を $S(k)$ とする。実数 k に対する $S(k)$ の最小値と、そのときの k を求めよ。
- (3) (2) で求めた k に対し、 $P(k)$ を底面、 O を頂点とする四角錐の体積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)