

入 学 試 験 問 題



数 学

熊 本 大 学 2025 年 度 数 学 ③

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

平面上の 4 点 A, B, C, D について、 $|\overrightarrow{AB}| = p > 0, |\overrightarrow{AD}| = q > 0, \angle DAB = \theta (0 < \theta < \pi)$ とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 不等式 $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 + |\overrightarrow{CD}|^2 + |\overrightarrow{DA}|^2 \geq |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2$ を証明せよ。

(問 2) (問 1) で等号が成り立つとき、四角形 $ABCD$ の面積を p, q, θ を用いて表せ。

第 2 問

α を 0 ではない複素数とする。 $z = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ とおき、 $\beta = z\alpha, \gamma = z^2\alpha$ とおく。 $0, \alpha, \beta, \gamma$ はそれぞれ複素数平面上の点 O, A, B, C を表すとする。ただし、 i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\angle BOC$ を求めよ。

(問 2) 複素数 δ に対し、 δ が表す複素数平面上の点を D とするとき、線分 BD の垂直二等分線は A, C を通るとする。このような δ を α を用いて表せ。

(問 3) $0 < \theta < \pi$ とする。点 D を、点 C を中心に θ だけ回転した点が B であるとする。このとき $\sin \theta$ を求めよ。

第 3 問

xyz 空間において, 5 点 $A(3, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, -3, 0), D(3, 0, 3), P(0, 0, 1)$ をとる。点 P を通り x 軸に平行な直線を l とする。四面体 $ABCD$ を l の周りに 1 回転させるとき, この四面体が通過する部分の体積 V を求めよ。ただし, 四面体は内部も含むものとする。

第 4 問

実数 $p > 1$ と正の整数 n に対して $S_n = \sum_{k=1}^n k^p$ とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^{p+1}}$ を求めよ。

(問 2) $0 \leq \alpha < \beta$ とする。点 (α, α^p) における $y = x^p$ の接線の方程式を求めよ。また、不等式 $\frac{1}{2}(\beta - \alpha) \{2\alpha^p + p(\beta - \alpha)\alpha^{p-1}\}$

$$\leq \int_{\alpha}^{\beta} x^p dx$$

$\leq \frac{1}{2}(\beta - \alpha)(\beta^p + \alpha^p)$ を証明せよ。

(問 3) (問 1) で求めた値を c とおく。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - cn^{p+1}}{n^p}$ を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)