

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 1990 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

曲線 $y = x^4 - 6x^2$ に、点 (a, b) を通る 4 つの接線が引けるのは、 (a, b) がどのような範囲にあるときか、図示せよ。

第 2 問

$f(x) = \frac{a - \cos x}{x^2}$ が $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で増加関数となるような定数 a のうち最大のものを求めよ.

第 3 問

関数 $y = \log x$ のグラフ上の 1 点 $P(s, \log s)$ ($s \geq 1$) における接線と y 軸の交点を Q とする.
グラフ上に定点 $A(1, 0)$ をとる. AP 間のグラフの長さを $\widehat{AP}$, 線分 PQ の長さを $\overline{PQ}$ とし,
 $t = \overline{PQ} - \widehat{AP}$ とする.

t は s の関数である.

- (1) $\frac{dt}{ds}$ を s で表わせ.
- (2) $u = \frac{1}{s}$, $v = \sqrt{1+u^2}$ とおくとき, $\frac{du}{dt}$ および $\frac{dv}{dt}$ を u の関数として表わせ.
- (3) u を t の関数として表わせ.

第 4 問

座標空間に 3 点 P , Q , R があって毎秒 1 の速さで、それぞれ

点 P は原点 $(0, 0, 0)$ を出発して x 軸上を正の方向へ、

点 Q は点 $(2, 0, 0)$ を出発して y 軸と平行に正の方向へ、

点 R は点 $(2, 2, 0)$ を出発して z 軸と平行に正の方向へ

進む。このとき三角形 PQR の面積 S が最小となるのは何秒後か。

第 5 問

平面上に2つの円 C , C' がある. 1 次変換 f は逆変換をもち, かつ C を C' にうつしている.

- (1) l を C 上の1点 P における接線とする. このとき l の f による像 l' は点 $f(P)$ における C' の接線である. この理由を述べよ.
- (2) A を C の中心とすれば, $f(A)$ は C' の中心となる. この理由を述べよ.

第 6 問

n 本のくじの中に 1 本だけ当たりくじがある. このくじを無作為に 1 本ひき, ひいたくじをもとに戻すという試行を l 回くり返す. l 回のうち当たった回数を X とする. 確率変数 X_i ($1 \leq i \leq l$) を次により定める.

$$X_i = \begin{cases} 1 & i\text{回目に当たりくじがでたとき,} \\ 0 & i\text{回目に当たりくじがでないとき.} \end{cases}$$

- (1) 確率変数 X を X_i ($1 \leq i \leq l$) で表わせ.
- (2) X^2 の期待値 $E(X^2)$ を求めよ.
- (3) $E(X^2) > 2$ となる最小の l は何か.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)