

入 学 試 験 問 題



数 学

京 都 大 学 1997 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$C_1 : y = x^2$ と $C : y = ax^2$ ($a \neq 1$) を考え、 C を (p, q) だけ平行移動した $C_{p,q}$ が C_1 と 2 点で交わり、一方が $C_{p,q}$ の頂点、他方では両接線が直交するような p, q が存在するための a の範囲を求めよ.

第 2 問

正整数列 $a_1, \dots, a_n$ が $1 \leq a_k \leq 2n$ を満たし、部分和

$$s_j = \sum_{k=1}^j a_k$$

がすべて平方数である． (1) $s_n = n^2$ を示せ． (2) a_k を求めよ．

第 3 問

単位球面上の4点 A, B, C, D が $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ を満たす。(1) $AB = CD$ を示せ.
(2) B', D' を B, D の対蹠点とする。 A, B', C, D' が相異なるなら、この順に長方形の頂点となることを示せ.

第 4 問

$$y = 2x^2 - 1, \quad z = 2y^2 - 1, \quad x = 2z^2 - 1$$

について、(1) 実数解では $|x|, |y|, |z| \leq 1$ を示せ. (2) 相異なる実数解が全部で 8 組あることを示せ.

第 5 問

青 3 枚、赤 2 枚、黄 1 枚から 1 枚を引き、同色カードを 1 枚加えて戻す試行を繰り返す。 n 回後の青カード枚数の期待値 $E(n)$ を求めよ。

第 6 問

曲線 $C : x = e^{-t} \cos t, y = e^{-t} \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi/2$) について、(1) 長さ L 、(2) C と両座標軸で囲まれる面積 S を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)