

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 1999 年 度 文 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

放物線 $y = x^2$ の上を動く 2 点 P, Q があって、この放物線と線分 PQ が囲む部分の面積が常に 1 であるとき、 PQ の中点 R が描く図形の方程式を求めよ.

第 2 問

α, β が $\alpha > 0^\circ, \beta > 0^\circ, \alpha + \beta < 180^\circ$ かつ $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2(\alpha + \beta)$ を満たすとき、 $\sin \alpha + \sin \beta$ の取りうる範囲を求めよ。

第 3 問

座標平面上で、 x 座標と y 座標が共に整数である点を格子点という． n は自然数であるとして、不等式

$$x > 0, \quad y > 0, \quad \log_2 \frac{y}{x} \leq x \leq n$$

を満たす格子点の個数を求めよ．

第 4 問

3 次関数 $y = x^3 + kx$ のグラフを考える. 連立不等式 $\begin{cases} y > -x \\ y < -1 \end{cases}$ が表す領域を A とする. A のどの点からも上の 3 次関数のグラフに接線が 3 本引けるための, k についての必要十分条件を求めよ.

第 5 問

自然数 a, b, c について、等式 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立ち、かつ a, b は互いに素とする。このとき、次のことを証明せよ。

- (1) a が奇数ならば、 b は偶数であり、したがって c は奇数である。
- (2) a が奇数のとき、 $a + c = 2d^2$ となる自然数 d が存在する。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)