

入 学 試 験 問 題



数 学

京 都 大 学 2001 年 度 文 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

xy 平面上のベクトル $\vec{u}, \vec{v}$ が $|\vec{u}| = 1$ 、 $|\vec{u} + 3\vec{v}| = 1$ 、 $|2\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{2}$ を満たす。 $\overrightarrow{OP} = \vec{u}$ 、 $\overrightarrow{OQ} = \vec{v}$ とするとき、 $\triangle OPQ$ の面積を求めよ。

第 2 問

1 または -1 からなる数列 $a_1, \dots, a_n$ のうち m 個が 1 、 $n - m$ 個が -1 である。 b_k を

$$b_k = \frac{1}{2} \left(ka_k + \sum_{j=1}^k a_j \right)$$

で定めるとき、集合 $\{b_k \mid 1 \leq k \leq n\}$ を求めよ。

第 3 問

曲線 $C_1 : y = x^3 + 2x^2 + 2$ 上の点 P における接線を L とする。 L と曲線 $C_2 : y = 3x^2$ とで囲まれる図形の面積の最小値を求めよ。

第 4 問

複素数平面上の単位円に内接し、1 を頂点にもつ正五角形を考える。その辺を延長した直線どうしの交点のうち、元の頂点以外で実部・虚部がともに正のものを z とする。

- (1) $\alpha = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$ とするとき、 z を α で表せ。
- (2) 3 点 $1, \alpha^2, z$ を通る円が原点を通ることを示せ。

第 5 問

青玉 a 個、赤玉 b 個、白玉 c 個、合計 $N = a + b + c$ 個の玉が入った袋から、1 個を無作為に取り出して戻す試行を n 回行う。取り出された玉の色の種類数の期待値を E_n とするとき、

$$E_n = 3 - \left(\frac{a+b}{N}\right)^n - \left(\frac{b+c}{N}\right)^n - \left(\frac{c+a}{N}\right)^n$$

を示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)