

入 学 試 験 問 題



数 学

京 都 大 学 2001 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

方程式

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2xz + 2yz - 5 = 0$$

を満たす正の整数の組 (x, y, z) をすべて求めよ。

第 2 問

$f_1(x) = 1$ 、 $n \geq 2$ で $f_n(x) = (1+x)f_{n-1}(x^2)$ と定める。 $g_n(x) = (1-x)f_n(x)$ とするとき、 $g_n(x)$ を求めよ。また、 $n \rightarrow \infty$ のとき $f_n(x)$ が収束する実数 x の範囲を求めよ。

第 3 問

複素数平面上の単位円に内接し、1 を頂点にもつ正五角形を考える。その辺を延長した直線どうしの交点のうち、元の頂点以外で実部・虚部がともに正のものを z とする。

- (1) $\alpha = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ とするとき、 z を α で表せ。
- (2) 3 点 $1, \alpha^2, z$ を通る円が原点を通ることを示せ。

第 4 問

負でない実数 a の小数部分を $\{a\}$ と表す。

- (1) $\{n \log_{10} 2\} < 0.02$ となる正の整数 n を 1 つ求めよ。
- (2) 10 進表示で 2^n の最高位の数字が 7 となる正の整数 n を 1 つ求めよ。ただし $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ 、 $0.8450 < \log_{10} 7 < 0.8451$ とする。

第 5 問

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とする。連立方程式

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ 1-s \end{pmatrix}$$

には解が存在し、

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5-s \end{pmatrix}$$

には解が存在しないとする。

(1) A の各列ベクトルは

$$\begin{pmatrix} s \\ 1-s \end{pmatrix}$$

の実数倍であることを示せ。

(2) この条件を満たす連立方程式を作れるための s の条件を求めよ。

第 6 問

単位円 C_1 と、 $-1 < a < -1/2$ を満たす点 $R(a, 0)$ を考える。 C_1 上の点 P における接線と、 R を通りこの接線に直交する直線との交点を Q とする。 P が一周するとき Q が描く曲線を C_2 とする。 C_2 上の点の x 座標の最小値が -1 より小さいことを示し、 C_2 で囲まれる面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)