

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 2002 年 度 文 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

1 から n ($n \geq 2$) までの番号が 1 つずつ書かれた n 枚の札が袋に入っている. この袋から札を 1 枚ずつ取り出し, 次のルールに従って A または B の箱に入れる.

- (i) 最初に取り出した札は A の箱に入れる.
- (ii) 2 番目以降の札は, その番号がそれまでの札の番号のどれよりも大きければ A の箱に入れ, そうでなければ B の箱に入れる.

全札を入れ終わったとき, 箱 B にちょうど 1 枚の札が入っている確率を求めよ.

第 2 問

次の連立不等式を満たす xy 平面内の領域を D とする.

$$4y + x - 10 \leq 0, \quad y - x \geq 0, \quad y + 4x + 5 \geq 0$$

点 $P(x, y)$ が領域 D を動くとき,

$$F = -2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) - 6xy(x + y - 1) + 12(x + y) - 5$$

の最大値と最小値を求めよ.

第 3 問

各面が鋭角三角形からなる四面体 $ABCD$ において、辺 AB と辺 CD は垂直ではないとする．辺 AB を含む平面 α に点 C, D から下ろした垂線の足をそれぞれ C', D' とするとき、4 点 A, B, C', D' がすべて相異なり、しかも同一円周上にあるように α がとれることを示せ．

第 4 問

複素数平面上で原点を O , 1 の表す点を A とする. 点 $P_1(z_1), P_2(z_2), \dots$ が次の条件を満たすとき, $|z_n|$ の最大値を求めよ.

(i) $z_1 = \frac{i}{\sqrt{3}}$

(ii) $0^\circ < \arg z_{n+1} < \arg z_n < 360^\circ$

(iii) 線分 AP_n の中点を M_n とするとき, $\triangle OP_nP_{n+1} \sim \triangle OM_nA$ ($n \geq 1$) が成立する. ただし, 左右の三角形の頂点は記載された順に対応する.

第 5 問

xyz 空間内に半径と高さがともに 1 である直円柱があり，下底は xy 平面上にあって中心は原点と一致している．点 P, Q はそれぞれ $A(1, 0, 1), B(0, 1, 0)$ を出発し，上底・下底の周上を同じ方向に線分 PQ の長さを変えずに 1 回転する．このとき線分 PQ が通過してできる曲面と，上底・下底で囲まれる立体の体積を求めよ．

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)