

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 2003 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$\frac{23}{111}$ を $0.a_1a_2a_3a_4\cdots$ のように小数で表す. すなわち小数第 k 位の数を a_k とする. このとき

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{3^k}$$

を求めよ.

第 2 問

xy 平面上で、放物線 $C: y = x^2 + x$ と、直線 $l: y = kx + k - 1$ を考える。このとき次の問に答えよ。

- (1) 放物線 C と直線 l が相異なる 2 点で交わるような k の範囲を求めよ。
- (2) 放物線 C と直線 l の 2 つの交点を P, Q とし、線分 PQ の長さを L 、線分 PQ と放物線とで囲まれる部分の面積を S とする。 k が (1) で定まる範囲を動くとき、 $\frac{S}{L^3}$ の値のとりうる範囲を求めよ。

第 3 問

四面体 $OABC$ は次の 2 つの条件

(i) $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB}$

(ii) 4 つの面の面積がすべて等しい

をみたしている. このとき, この四面体は正四面体であることを示せ.

第 4 問

p は 3 以上の素数であり, x, y は $0 \leq x \leq p, 0 \leq y \leq p$ をみたす整数であるとする. このとき x^2 を $2p$ で割った余りと, y^2 を $2p$ で割った余りが等しければ, $x = y$ であることを示せ.

第 5 問

4 チームがリーグ戦を行う。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ 1 回ずつ対戦する。引き分けはないものとし、勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ で、各回の勝敗は独立に決まるものとする。勝ち数の多い順に順位をつけ、勝ち数が同じであればそれらは同順位とする。1 位のチーム数の期待値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)