

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 2003 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

正三角形 ABC の辺 AB 上に点 P_1, P_2 が, 辺 BC 上に点 Q_1, Q_2 が, 辺 CA 上に点 R_1, R_2 があり, どの点も頂点には一致していないとする. このとき三角形 $P_1Q_1R_1$ の重心と三角形 $P_2Q_2R_2$ の重心が一致すれば, $P_1P_2 = Q_1Q_2 = R_1R_2$ が成り立つことを示せ.

第 2 問

一辺の長さが 1 の正三角形 ABC の辺 AC 上に点 D をとり，線分 BD に沿ってこの三角形を折り曲げ，4 点 A, B, C, D を頂点とする四面体を作り，その体積を最大にすることを考える．体積が最大になるときの D の位置と，そのときの四面体の体積を求めよ．

第 3 問

a, b を実数とする. 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ は 3 つの複素数からなる解 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ をもち, 相異なる i, j に対し $|\alpha_i - \alpha_j| = \sqrt{3}$ をみたしている. このような a, b の組をすべて求めよ.

第 4 問

$\{a_n\}$ を正の数からなる数列とし, p を正の実数とする. このとき $a_{n+1} > \frac{1}{2}a_n - p$ をみたす番号 n が存在することを証明せよ.

第 5 問

極限

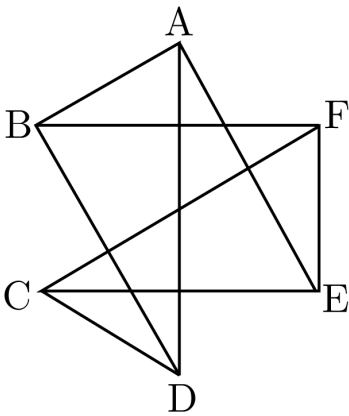
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} (-1)^k \left(\frac{k}{2n} \right)^{100}$$

を求めよ.

第 6 問

7つの文字を並べた列 $a_1a_2\cdots a_7$ で、次の3つの条件をみたすものの総数を求めよ.

- (i) $a_1, a_2, \dots, a_7$ は A, B, C, D, E, F のいずれかである
- (ii) $i = 1, 2, \dots, 6$ に対し, a_i と a_{i+1} は相異なる
- (iii) $i = 1, 2, \dots, 6$ に対し, a_i と a_{i+1} は右図において線分で結ばれている



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)