

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 2003 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

正の数からなる数列 $\{a_n\}$ が次の条件 (i), (ii) をみたすとき,

$$\sum_{k=1}^n a_k$$

を求めよ.

(i) $a_1 = 1$

(ii) $\log a_n - \log a_{n-1} = \log(n-1) - \log(n+1) \ (n \geq 2)$

第 2 問

$f(x) = x \sin x$ ($x \geq 0$) とする. 点 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ における $y = f(x)$ の法線と, $y = f(x)$ のグラフの $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分, および y 軸とで囲まれる図形を考える. この図形を x 軸の回りに回転して得られる回転体の体積を求めよ.

第 3 問

四面体 $OABC$ は次の 2 つの条件

(i) $OA \perp BC$, $OB \perp AC$, $OC \perp AB$

(ii) 4 つの面の面積がすべて等しい

をみたしている. このとき, この四面体は正四面体であることを示せ.

第 4 問

多項式 $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$ は多項式 $x^2 + x + 1$ で割り切れるか.

第 5 問

a, b, c, d を実数とする. 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と 2 次の単位行列 E に対して, 集合 $L(A)$ を $L(A) = \{rE + sA \mid r, s \text{ は実数}\}$ とする. このとき次の条件 $(*)$ が成立するための, a, b, c, d についての必要十分条件を求めよ.

$(*)$ $L(A)$ の要素 B は零行列でなければ逆行列をもつ

第 6 問

n チームがリーグ戦を行う。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ 1 回ずつ対戦する。引き分けはないものとし、勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ で、各回の勝敗は独立に決まるものとする。このとき、 $(n-2)$ 勝 1 敗のチームがちょうど 2 チームである確率を求めよ。ただし、 n は 3 以上とする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)