

入 学 試 験 問 題

数 学



京 都 大 学 2018 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

a は正の実数とする。座標平面内の点 (x_0, y_0) は 2 つの曲線

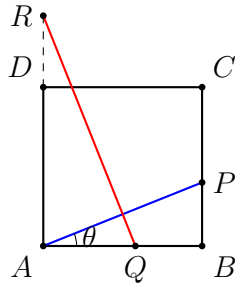
$$C_1: y = |x^2 - 1|, \quad C_2: y = x^2 - 2ax + 2$$

の共有点であり、 $|x_0| \neq 1$ を満たすとする。

C_1 と C_2 が (x_0, y_0) で共通の接線をもつとき、 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を求めよ。

第 2 問

1 辺の長さが 1 の正方形 $ABCD$ において、辺 BC 上に B とは異なる点 P を取る。線分 AP の垂直二等分線が、辺 AB 、辺 AD またはその延長と交わる点をそれぞれ Q, R とする。



- (1) 線分 QR の長さを $\sin \angle BAP$ を用いて表せ。
- (2) 点 P が動くときの線分 QR の長さの最小値を求めよ。

第 3 問

整数 n に対し,

$$n^3 - 7n + 9$$

が素数となるような n をすべて求めよ。

第 4 問

四面体 $ABCD$ は

$$AC = BD, \quad AD = BC$$

を満たすとし、辺 AB の中点を P 、辺 CD の中点を Q とする。

(1) 辺 AB と線分 PQ は垂直であることを示せ。

(2) 線分 PQ を含む平面 α で四面体 $ABCD$ を切って2つの部分に分ける。このとき、2つの部分の体積は等しいことを示せ。

第 5 問

整数が書かれている球がいくつか入っている袋に対し、次の一連の操作を考える。ただし、各球に書かれている整数は 1 つだけとする。

- (i) 袋から無作為に球を 1 個取り出し、その球に書かれている整数を k とする。
- (ii) $k \neq 0$ の場合、整数 k が書かれた球を 1 個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。
- (iii) $k = 0$ の場合、袋の中にあった球に書かれていた数の最大値より 1 大きい整数が書かれた球を 1 個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。

整数 0 が書かれている球が 1 個だけ入った袋から始める。この袋に上の操作を n 回繰り返した後、袋の中にある $n + 1$ 個の球に書かれた数の合計を X_n とする。例えば X_1 は常に 1 である。以下、 $n \geq 2$ とする。

(1)

$$X_n \geq \frac{(n+2)(n-1)}{2}$$

である確率を求めよ。

(2) $X_n \leq n + 1$ である確率を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)