

京都大学 2026 年度 理系

解答

全 6 問 ——— 解 入試数学アーカイブ

【第 1 問】

a は 1 より大きい実数とし、 k は実数とする。 $0 < x < 1$ において定義された関数を

$$f(x) = \frac{1}{x^2 \left(\log \frac{a}{x} \right)^2}$$

とおく。 $y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点がちょうど 2 個存在するような実数の組 (a, k) の集合を、座標平面に図示せよ。ただし $\log x$ は自然対数とする。また、 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ が成り立つことを証明なしに用いてよい。

【方針】

分母の $x \log(a/x)$ を 1 つの関数 $h(x)$ と見ると、 $f(x) = 1/h(x)^2$ である。 $0 < x < 1$ では $h(x) > 0$ なので、 $y = f(x)$ と $y = k$ の交点数は $h(x) = 1/\sqrt{k}$ の解の個数に対応する。 $h'(x) = \log(a/x) - 1$ を調べ、 $a \geq e$ では単調増加、 $1 < a < e$ では $x = a/e$ で最大となることを使う。端点 $x = 1$ は定義域に含まれないため、 $1/\sqrt{k} = \log a$ は 2 解ではない点に注意する。

【解答】

$h(x) = x \log \frac{a}{x}$ とおく。 $0 < x < 1$ 、 $a > 1$ であるから $\frac{a}{x} > 1$ であり、 $h(x) > 0$ である。また $f(x) = \frac{1}{h(x)^2}$ である。

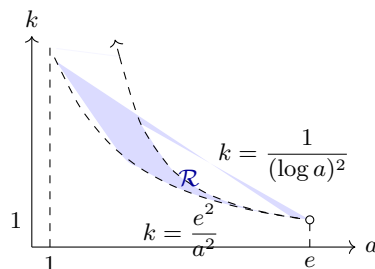
まず $h(x)$ の増減を調べる。微分すると $h'(x) = \log \frac{a}{x} - 1$ である。また、問題文で与えられた極限を用いると $\lim_{x \rightarrow +0} h(x) = \lim_{x \rightarrow +0} x(\log a - \log x) = 0$ である。さらに $\lim_{x \rightarrow 1-0} h(x) = \log a$ である。 $a \geq e$ のとき、 $0 < x < 1$ では $\log \frac{a}{x} > \log a \geq 1$ である。したがって $h'(x) > 0$ であり、 $h(x)$ は単調増加する。このとき $f(x) = 1/h(x)^2$ は単調減少するので、水平線 $y = k$ との共有点がちょうど 2 個になることはない。

次に $1 < a < e$ とする。このとき $h'(x) = 0$ となるのは $\log \frac{a}{x} = 1$ すなわち $x = \frac{a}{e}$ である。 $1 < a < e$ より $0 < a/e < 1$ である。 $h'(x) > 0$ となるのは $0 < x < a/e$ 、 $h'(x) < 0$ となるのは $a/e < x < 1$ なので、 $h(x)$ は $x = a/e$ で最大値をとる。その最大値は $h\left(\frac{a}{e}\right) = \frac{a}{e} \log e = \frac{a}{e}$ である。

また $0 < \log a < \frac{a}{e}$ である。実際、 $u(a) = a/e - \log a$ とおくと、 $1 < a < e$ で $u'(a) = \frac{1}{e} - \frac{1}{a} < 0$ であり、 $u(e) = 0$ だから $u(a) > 0$ である。 $y = f(x)$ と $y = k$ が共有点を持つには、まず $k > 0$ が必要である。そのとき $f(x) = k$ は $h(x) = \frac{1}{\sqrt{k}}$ と同値である。 $1 < a < e$ の場合、 $h(x) = c$ が $0 < x < 1$ にちょうど 2 つの解をもつのは、水平線 $y = c$ が右端の極限值 $\log a$ より上、最大値 a/e より下にあるときである。すなわち $\log a < c < \frac{a}{e}$ である。ここで $c = 1/\sqrt{k}$ とおくと $\log a < \frac{1}{\sqrt{k}} < \frac{a}{e}$ である。これを k について解くと $\frac{e^2}{a^2} < k < \frac{1}{(\log a)^2}$ である。

したがって、求める実数の組 (a, k) の集合は $1 < a < e$ 、 $\frac{e^2}{a^2} < k < \frac{1}{(\log a)^2}$ である。座標平面では、 a 軸を横軸、 k 軸を縦軸として、 $1 < a < e$ の範囲で 2 つの曲線 $k = \frac{e^2}{a^2}$ 、 $k = \frac{1}{(\log a)^2}$ の間の開いた領域を図示すればよい。

境界はいずれも含まれないので破線で描く。求める領域は次の網掛け部分である。



【総評】 難度 6、計算量 5。想定時間は 20 分程度。 $h(x) = x \log(a/x) > 0$ とまとめ、 $f(x) = k$ を $h(x) = 1/\sqrt{k}$ の水平線問題へ変換する。 $a \geq e$ では 2 解をもたず、 $1 < a < e$ では右端の極限 $\log a$ と最大値 a/e の間に水平線があるときだけ 2 解となる。 $x = 1$ は定義域外なので境界は含まれない。 $k > 0$ 、 $\log a < a/e$ 、不等号反転を示し、境界を破線で図示する。

【第 2 問】

r は正の実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, 辺 OA 上に点 P をとる. 点 P が辺 OA 上のどこにあっても, 点 P を中心とする半径 r の球面が, 辺 BC と共有点をもたないような r の範囲を求めよ. ただし, 点 O, A は辺 OA に含まれ, 点 B, C は辺 BC に含まれるとする.

【方針】

正四面体の対辺 OA と BC は垂直であり, それぞれの中点を結ぶ線分も両方の辺に垂直である. 点 P を辺 OA 上のパラメータで表し, 辺 BC 上の点との距離の取りうる範囲を調べる. 球面が辺 BC と共有点をもつのは, 辺 BC 上のある点と P との距離がちょうど r になるときである. したがって, P が動くときに現れる距離全体の範囲を求め, そこから外れる r を答える.

【解答】

辺 OA の中点を M , 辺 BC の中点を N とする. 正四面体では, 対辺 OA と BC は垂直であり, また MN は両方の辺に垂直である. 正四面体の 1 辺の長さは 1 なので, 三角形 OBC は 1 辺の長さが 1 の正三角形である. したがって, 頂点 O から辺 BC の中点 N までの距離は $ON = \frac{\sqrt{3}}{2}$ である.

また $OM = 1/2$ であり, $MN \perp OA$ だから $MN^2 = ON^2 - OM^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ である. よって $MN = \frac{1}{\sqrt{2}}$ である.

点 P を辺 OA 上にとる. $MP = u$ とおくと, P が辺 OA 上を動くとき $-\frac{1}{2} \leq u \leq \frac{1}{2}$ である. 辺 BC 上の点 Q を, $NQ = v$ と表す. ただし $-\frac{1}{2} \leq v \leq \frac{1}{2}$ である. OA, BC, MN は互いに直交する方向にあるので, $PQ^2 = MP^2 + MN^2 + NQ^2 = u^2 + \frac{1}{2} + v^2$ である.

したがって, P と Q がそれぞれ辺 OA , 辺 BC 上を動くとき, 距離 PQ の 2 乗は $u^2 + v^2 + \frac{1}{2}$ の形で表される. ただし $u^2 \leq 1/4$, $v^2 \leq 1/4$ であるから, その最小値は $\frac{1}{2}$ であり, 最大値は $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ である. さらに $w = u^2 + v^2$ は $0 \leq w \leq 1/2$ のすべての値をとる. 実際, $0 \leq w \leq 1/4$ では $u = \sqrt{w}$, $v = 0$, $1/4 \leq w \leq 1/2$ では $u = 1/2$, $v = \sqrt{w - 1/4}$ と選べばよい. したがって, 距離 PQ の取りうる値は $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq PQ \leq 1$ のすべてである.

点 P を中心とする半径 r の球面が辺 BC と共有点をもつのは, ある $Q \in BC$ について $PQ = r$ となるときである. したがって, どこかの $P \in OA$ で共有点が生じる半径は $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq r \leq 1$ である.

問題では, 点 P が辺 OA 上のどこにあっても共有点をもたないことを要求している. よって求める r の範囲は, この区間の外側であり, $r > 0$ に注意して $0 < r < \frac{1}{\sqrt{2}}$, $1 < r$ である.

【総評】 難度 5, 計算量 4. 想定時間は 15 分程度. 球ではなく球面なので, 辺 BC 上の点までの距離が半径 r と等しくなるかを判定する問題である. 対辺の中点 M, N を使うと 3 方向が直交し, $PQ^2 = u^2 + v^2 + 1/2$ となる. 距離の最小値だけで終えず, 最大値 1 までの全値が実現することを示すのが採点上の要点である. 端点 $r = 1/\sqrt{2}, 1$ では実際に共有点があるため答えから除く. 座標を置いて正四面体の 4 頂点を具体化する方法でも確認できるが, 中点と三平方の定理による本解法が短い. 文理共通の得点源として 15 分以内にまとめたい.

【第 3 問】

n は正の整数とする．整数係数の多項式

$$(x+1)^{2^{n+1}} - (x^2+1)^{2^n}$$

のすべての係数が 2^m で割り切れるような正の整数 m のうち，最大のものは $n+1$ であることを示せ．

【方針】

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ として，差を $\{(x^2+1)+2x\}^{2^n} - (x^2+1)^{2^n}$ に直し，二項展開する．各項には ${}_N C_j (2x)^j$ が含まれるので，この係数部分が少なくとも 2^{n+1} で割り切れることを示す．上限については， x の係数が 2^{n+1} ちょうどであることを見れば，すべての係数が 2^{n+2} で割り切れることはない．

【解答】

$N = 2^n$ とおく．与えられた多項式は $(x+1)^{2^{n+1}} - (x^2+1)^{2^n} = \{(x+1)^2\}^N - (x^2+1)^N$ である．ここで $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = (x^2+1) + 2x$ だから，二項定理より

$$\{(x^2+1)+2x\}^N - (x^2+1)^N = \sum_{j=1}^N {}_N C_j (2x)^j (x^2+1)^{N-j}$$

である．

まず，この多項式のすべての係数が 2^{n+1} で割り切れることを示す． $1 \leq j \leq N$ とし， j を割り切る最大の 2 の累乗を 2^q とする．すなわち $j = 2^q u$ とおく．ただし u は奇数である．

次に ${}_N C_j = \frac{2^n}{j} {}_{2^n-1} C_{j-1}$ を用いる．ここで ${}_{2^n-1} C_{j-1}$ は奇数である．実際，

$${}_{2^n-1} C_{j-1} = \frac{(2^n-1)(2^n-2)\cdots(2^n-(j-1))}{1 \cdot 2 \cdots (j-1)}$$

と書いたとき， $1 \leq s < 2^n$ について， s と $2^n - s$ は同じ回数だけ 2 で割り切れる．したがって分子と分母に含まれる 2 の個数は等しく，この二項係数は 2 で割り切れない．

したがって， ${}_N C_j$ は 2^{n-q} で割り切れ， 2^{n-q+1} では割り切れない．よって ${}_N C_j (2x)^j$ の係数部分は，少なくとも $2^{n-q} \cdot 2^j = 2^{n+j-q}$ で割り切れる．ここで $j \geq 1$ かつ $2^q \leq j$ であるから，常に $j - q \geq 1$ が成り立つ．ゆえに $n + j - q \geq n + 1$ である．

また $(x^2+1)^{N-j}$ は整数係数の多項式なので，これを掛けても 2^{n+1} で割り切れる性質は失われない．したがって，展開後のすべての係数は 2^{n+1} で割り切れる．

次に， 2^{n+2} ではすべての係数が割り切れないことを示す． x の係数を見る．上の和で， x の 1 次の項を生むのは $j = 1$ の項だけである． $j = 1$ の項は ${}_N C_1 (2x)(x^2+1)^{N-1} = 2Nx(x^2+1)^{N-1}$ であるから， x の係数は $2N = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}$ である．これは 2^{n+2} では割り切れない．

以上より，すべての係数は 2^{n+1} で割り切れるが，すべての係数が 2^{n+2} で割り切れるわけではない．したがって，求める最大の m は $n+1$ である．

【総評】 難度 7，計算量 6．想定時間は 25 分程度．差を $\{(x^2+1)+2x\}^{2^n} - (x^2+1)^{2^n}$ と二項展開し，各項の 2 の因子を評価する． $j = 2^q u$ (u は奇数) に対し， ${}_{2^n-1} C_{j-1}$ が奇数であることから ${}_N C_j$ の 2 進指数が $n - q$ と分かる．これに $(2x)^j$ を合わせて少なくとも $n + 1$ 個の 2 を得る．採点では「各項が割り切れる」下限と，「 x の係数がちょうど 2^{n+1} 」という上限の両方が必要である．二項係数の奇偶を説明せず既知定理として済ませると論証不足になりやすい．

【第 4 問】

平面において、次の条件 (*) を満たす正三角形の 1 辺の長さの最小値を求めよ。

(*) 1 辺の長さが 1 の正方形であって、4 つの頂点がすべてその正三角形の内部または辺上にあるようなものが存在する。

【方針】

正三角形の 3 辺に垂直な方向へ、単位正方形がどれだけ広がるかを調べる。単位正方形の中心を原点に置くと、方向 ϕ への最大の射影は $(|\cos \phi| + |\sin \phi|)/2$ である。正三角形を 3 本の支持直線で表すと、高さは 3 方向の支持量の和以上になる。正三角形の向きは対称性により $0 \leq \theta \leq \pi/6$ だけ調べればよく、この範囲で和を計算して最小の高さを求める。最後に高さから 1 辺の長さへ戻す。

【解答】

単位正方形の中心を原点に置き、その辺が座標軸に平行であるようにとる。方向 ϕ の単位ベクトルを $(\cos \phi, \sin \phi)$ とする。単位正方形の点 (x, y) は $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ を満たすので、内積 $x \cos \phi + y \sin \phi$ の最大値は $\frac{|\cos \phi| + |\sin \phi|}{2}$ である。これは、その方向へ正方形が中心からどれだけ突き出すかを表す。

正三角形の 3 辺に垂直な内向きの方向を θ , $\theta + \frac{2\pi}{3}$, $\theta + \frac{4\pi}{3}$ とする。正方形が正三角形に含まれるためには、正三角形の高さ h が、この 3 方向への正方形の突き出し量の和以上でなければならない。したがって

$$h \geq \sum_{j=0}^2 \frac{|\cos(\theta + \frac{2j\pi}{3})| + |\sin(\theta + \frac{2j\pi}{3})|}{2}$$

である。

正方形と正三角形は回転対称性をもつので、 $0 \leq \theta \leq \pi/6$ の範囲だけ調べればよい。この範囲では符号を調べることで、右辺は $F(\theta) = \frac{(2 + \sqrt{3}) \cos \theta + \sin \theta}{2}$ となる。実際、3 つの余弦の絶対値の和は $2 \cos \theta$, 3 つの正弦の絶対値の和は $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ である。

微分すると

$$F'(\theta) = \frac{-(2 + \sqrt{3}) \sin \theta + \cos \theta}{2}$$

である。 $F'(\theta) = 0$ は $\tan \theta = 1/(2 + \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} = \tan(\pi/12)$ と同値である。したがって F は $0 \leq \theta \leq \pi/12$ で増加し、 $\pi/12 \leq \theta \leq \pi/6$ で減少するから、最小値は端点のいずれかでとる。端点での値は $F(0) = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ であり、

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{(2 + \sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

である。よって、必要な高さの最小値は $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ である。

この下限は実際に達成できる。たとえば $\theta = 0$ となる向きで、正方形に接する 3 本の支持直線を正三角形の辺としてとれば、高さが $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ の正三角形ができ、正方形の 4 頂点はその内部または辺上に入る。

正三角形の 1 辺の長さを L とすると、高さは $\frac{\sqrt{3}}{2}L$ である。したがって最小の L は $L = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ である。

求める最小値は $1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ である。

【総評】 難度 7, 計算量 5. 想定時間は 25 分程度。正方形を含む正三角形を、120 度ずつ異なる 3 方向の支持直線で捉える。単位正方形の方向 ϕ への支持量は $(|\cos \phi| + |\sin \phi|)/2$ で、3 方向の和が必要な三角形の高さになる。対称性で $0 \leq \theta \leq \pi/6$ に絞り、符号を外して増減を調べる。下限を求めるだけでなく、端点の向きで 3 本の支持直線が実際に正三角形を作ること示して達成可能性を完結させるのが採点上重要である。図形を座標で場合分けする方法もあるが接触型が増えやすく、支持量による解法が最も整理しやすい。

【第 5 問】

a は $0 < a < \pi$ を満たす実数とする. 2 つの関数 $y = \sin(x + a)$ と $y = \sin(x - a)$ のグラフの, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分が囲む領域を D_a とする. x 軸のまわりに D_a を 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

【方針】

2 曲線の差は $2 \cos x \sin a$ で, 区間内では上下関係が一定である. ただし, 回転体の断面は, 2 曲線の間の縦線分が x 軸をまたぐかどうかで変わる. a と $\pi - a$ では上下の曲線が符号反転するだけなので体積は同じであり, $b = \min\{a, \pi - a\} \leq \pi/2$ として計算する. 対称性で $x \geq 0$ の半分を考え, $0 \leq x \leq b$ は円板, $b \leq x \leq \pi/2$ は環状断面として積分する.

【解答】

まず $\sin(x + a) - \sin(x - a) = 2 \cos x \sin a$ である. $-\pi/2 < x < \pi/2$ では $\cos x > 0$, また $0 < a < \pi$ では $\sin a > 0$ なので, 常に $\sin(x + a) > \sin(x - a)$ である.

ここで $b = \min\{a, \pi - a\}$ とおく. a を $\pi - a$ に替えると, $\sin(x + \pi - a) = -\sin(x - a)$, $\sin(x - (\pi - a)) = -\sin(x + a)$ となり, 領域は x 軸に関して反転するだけである. したがって, x 軸まわりの回転体の体積は変わらない. よって $0 < b \leq \frac{\pi}{2}$ として計算すればよい.

このとき領域は原点に関して対称である. 実際, x を $-x$ に替えると 2 つの関数は符号を変えて入れ替わる. したがって, 体積は $0 \leq x \leq \pi/2$ の部分を計算して 2 倍すればよい. $0 \leq x \leq b$ では $x - b \leq 0$, $x + b \geq 0$ であり, 縦線分は x 軸をまたぐ. このとき外側の半径は $\sin(x + b)$ である. なぜなら $\sin(x + b) - \{-\sin(x - b)\} = \sin(x + b) + \sin(x - b) = 2 \sin x \cos b \geq 0$ だからである. よって断面積は $\pi \sin^2(x + b)$ である.

一方, $b \leq x \leq \pi/2$ では 2 つの値はともに 0 以上であるから, 断面は環状になる. 断面積は $\pi\{\sin^2(x + b) - \sin^2(x - b)\}$ である. ここで $\sin^2 U - \sin^2 V = (\sin U - \sin V)(\sin U + \sin V)$ を用いると, $\sin^2(x + b) - \sin^2(x - b) = \sin 2x \sin 2b$ である.

したがって体積 V は

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \left\{ \int_0^b \sin^2(x + b) dx + \int_b^{\pi/2} \sin 2x \sin 2b dx \right\} \\ &= 2\pi \left\{ \left[\frac{u}{2} - \frac{\sin 2u}{4} \right]_b^{2b} + \sin 2b \left[-\frac{\cos 2x}{2} \right]_b^{\pi/2} \right\} \\ &= 2\pi \left\{ \frac{b}{2} - \frac{\sin 4b - \sin 2b}{4} + \frac{\sin 2b(1 + \cos 2b)}{2} \right\} \\ &= \pi b + \frac{3\pi}{2} \sin 2b \end{aligned}$$

となる. 最後の変形では $\sin 4b = 2 \sin 2b \cos 2b$ を用いた. ここで $b = \min\{a, \pi - a\}$ だから, a だけを用いて書けば

$$V = \begin{cases} \pi a + \frac{3\pi}{2} \sin 2a & (0 < a \leq \frac{\pi}{2}), \\ \pi(\pi - a) - \frac{3\pi}{2} \sin 2a & (\frac{\pi}{2} \leq a < \pi) \end{cases}$$

であり, $a = \pi/2$ では両式が一致する.

【総評】 難度 7, 計算量 7. 想定時間は 28 分程度. 2 曲線の上下関係は一定でも, 回転断面は縦線分が x 軸をまたぐ区間では円板, またがない区間では円環になる. a と $\pi - a$ の対称性から $b = \min\{a, \pi - a\} \leq \pi/2$ とし, さらに原点对称性で $x \geq 0$ の半分だけ積分する. 境目 $x = b$ と外半径の比較を式で示すことが採点上の核心である. ワッシャー法で最初から a を 2 場合に分けてもよいが, 本解法は積分を共通化できる. 典型的な失点は全区間を単純な二乗差で積分することと, 最後に $a > \pi/2$ の $\sin 2a$ の符号を取り違えることである.

【第 6 問】

n は 3 以上の整数とする。1 から n までの番号が書かれた n 枚の札が袋に入っている。ただし、同じ番号が書かれた札はないとする。この袋から 3 枚の札を同時に取り出し、一番大きな番号を X とする。 X の期待値を求めよ。

【方針】

最大値 X が k になるには、番号 k の札を必ず取り、残り 2 枚を $1, 2, \dots, k-1$ から選べばよい。したがって $P(X = k) = {}_{k-1}C_2 / {}_n C_3$ である。期待値は $\sum kP(X = k)$ を計算する。和の中の ${}_{k-1}C_2$ は ${}_k C_3$ に直せるので、組合せの和 $\sum {}_k C_3 = {}_{n+1} C_4$ を使って整理する。

【解答】

最大値 X が k になる場合を数える。 $X = k$ となるためには、番号 k の札を取り、残り 2 枚は $1, 2, \dots, k-1$ の中から選ばなければならない。したがって k は $3 \leq k \leq n$ を満たし、 $P(X = k) = \frac{{}_{k-1}C_2}{{}_n C_3}$ である。

よって期待値は

$$E(X) = \sum_{k=3}^n kP(X = k) = \frac{\sum_{k=3}^n k {}_{k-1}C_2}{{}_n C_3}$$

である。

ここで

$${}_{k-1}C_2 = k \cdot \frac{(k-1)(k-2)}{2} = 3 \cdot \frac{k(k-1)(k-2)}{6} = 3 {}_k C_3$$

である。したがって $E(X) = \frac{3 \sum_{k=3}^n {}_k C_3}{{}_n C_3}$ である。

また、恒等式 $\sum_{k=3}^n {}_k C_3 = {}_{n+1} C_4$ が成り立つ。これは、 $1, 2, \dots, n+1$ から 4 個を選び、その最大値を $k+1$ としたとき、残り 3 個を $1, 2, \dots, k$ から選ぶと考えれば分かる。

よって $E(X) = \frac{3 {}_{n+1} C_4}{{}_n C_3}$ である。これを整理すると

$$\frac{{}_{n+1} C_4}{{}_n C_3} = \frac{\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{24}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}} = \frac{n+1}{4}$$

であるから、 $E(X) = \frac{3(n+1)}{4}$ である。

【総評】 難度 4、計算量 3。想定時間は 10 分程度。最大値 $X = k$ となるには札 k を必ず含み、残り 2 枚を $1, \dots, k-1$ から選ぶので、確率は ${}_{k-1}C_2 / {}_n C_3$ となる。期待値の和では ${}_{k-1}C_2 = 3 {}_k C_3$ と変形し、最大要素で分類した恒等式を使う。採点では $3 \leq k \leq n$ と全事象数を明記したい。別解として $\Pr(X \leq k) = {}_k C_3 / {}_n C_3$ から尾和公式で求める方法もあるが、本解法の方が短い。小さい例 $n = 3$ で答えが 3 になることを検算できる。