

入 学 試 験 問 題



数 学

九 州 大 学 1985 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

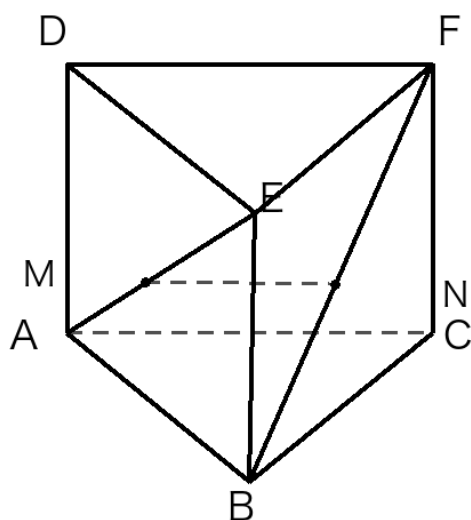
全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

図のような立体 $ABCDEF$ がある．面 $ABED$ ，面 $BCFE$ ，面 $CADF$ は辺の長さが a の正方形であるとする．対角線 AE ， BF 上にそれぞれ点 M ， N をとったとき，線分 MN と辺 AB とは垂直で， $MN = \frac{a}{\sqrt{3}}$ であった．そのとき， M ， N は AE ， BF をそれぞれどのような比に分かつか．



第 2 問

xy 平面における 2 つの曲線 $y = \frac{(\log x)^2}{\sqrt{x}}$, $y = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$ について, 次の (1), (2) に答えよ.

- (1) 上の 2 つの曲線の $\frac{1}{e} \leq x \leq e$ での概形をかき, この 2 つの曲線が囲む部分を斜線で示せ.
- (2) (1) の斜線部分を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を求めよ.

第 3 問

次の (1), (2) に答えよ.

- (1) 半径 1 の円 O の周上に相異なる 2 定点 A, B がある. その円周上に動点 P をとり, a, b を $AP + PB = a$, $AP - PB = b$ によって定める. 動点 P が円周上を動くとき, 座標平面上の点 (a, b) の表す図形をかけ. また, a が最大となるのは P がどの位置にあるときかを述べよ.
- (2) 円の周上に相異なる n 個の点がある. そのうちの任意にとった点を P_1 とし, そこから時計の針の回る方向に順次 $P_2, P_3, \dots, P_n$ とする. そのとき, $P_1P_2 + P_2P_3 + \dots + P_{n-1}P_n + P_nP_1$ が最大となるのは $P_1, P_2, \dots, P_n$ がどのように配列されているときかを示し, 証明せよ.

第 4 問

行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ によって定義される 1 次変換を f とする. ある点 $P_0 = (x_0, y_0)$ をとり, $P_{n+1} = f(P_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) によって順次 $\{P_n\}$ を定義する. そのとき, 点列 $\{P_n\}$ はある直線 m 上に P_0 より順次一定間隔 l (> 0) で並んだという. 次の (1), (2) に答えよ. ただし, α は直線 m と x 軸の正の方向とのなす角とする.

- (1) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を x_0, y_0, l および α を用いて表せ.
- (2) P_0 以外の点 $Q_0 = (u_0, v_0)$ に対して, $Q_{n+1} = f(Q_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) によって定義される点列 $\{Q_n\}$ はどのように並んでいるか.

第 5 問

A , B 2 つのつぼがある. A には白球 a 個, 赤球 b 個が, B には白球 b 個, 赤球 a 個が入っている ($a > 0, b > 0$). まず, A より, 無作為に球を取り出す. 取り出した後, ただちにもとに戻す. 白球が取り出されたときは, 次に A より球を取り出し, 赤球が取り出されたときは, 次に B より球を取り出すとする. 以下このようにして, 球を取り出して戻すことを続けたとき, n 回目に取り出した球が白球である確率を p_n , 赤球である確率を q_n で表す. このとき, 次の (1), (2) に答えよ.

- (1) $\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$ ($n = 1, 2, \dots$) とするとき, 行列 $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ を求めよ.
- (2) p_n を求め, かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ.

第 6 問

次の (1), (2) に答えよ.

- (1) $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ とするとき, 座標平面上の点 $P = \left(\tan t, \frac{\tan 3t}{\tan 2t} \right)$ のグラフをかけ. ここで $\frac{\tan 3t}{\tan 2t}$ の $t = 0$ での値は $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan 3t}{\tan 2t}$ とする.
- (2) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ とする. 実数 a に対して $a = \frac{\tan 3x}{\tan 2x}$ を満たす x の個数を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)