

入 学 試 験 問 題



数 学

九 州 大 学 1991 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

1 辺の長さ x の正方形 $ABCD$ の中心を O とし, O を通りこの正方形に垂直な直線上に頂点 E をもつ四角錐 $ABCDE$ を考える.

- (1) 半径 1 の球がこの四角錐に内接しているとき, 高さ $\overline{EO}$ を x で表せ.
- (2) (1) の四角錐の体積が最小となる x の値とその最小値を求めよ.

第 2 問

直線 L は, L 上の異なる k 個 ($k \geq 1$) の点によって $P_1(k) = k - 1$ 個の長さが有限な部分と 2 個の長さが有限でない部分に分かれる. 平面 H 上に k 本の直線が, どの 2 本も平行でなく, どの 3 本も 1 点で交わらないように与えられている. H はこれらの直線によって $P_2(k)$ 個の長さが有限な部分と何個かの長さが有限でない部分に分かれるとする. このとき次の問に答えよ.

- (1) $P_2(4)$, $P_2(5)$ を求めよ.
- (2) $P_2(k)$ と $P_2(k + 1)$ の関係式を求めよ.
- (3) $P_2(k)$ を k で表せ.

第 3 問

3 次関数 $f(x) = x(x^2 + px + q)$ は $x = \alpha$ ($\alpha \neq 0$) で極大値 0 をとり, $x = \beta$ で極小値 -32 をとるとする. 次の間に答えよ.

(1) α , β , p , q を求めよ.

(2) $f(x)$ を x 軸の正の方向へ c ($c > 0$) だけ平行移動した関数を $g(x)$ とするとき, 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれる部分の面積を c で表せ.

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right)$, $n \geq 1$ で定めるとき, 次の問に答えよ.

- (1) すべての n に対して $a_n > 1$ および $a_{n+1} < a_n$ が成り立つことを示せ.
- (2) a_3 の値を求めよ. また $n \geq 3$ のとき $a_{n+1} - 1 \geq \frac{20}{41}(a_n - 1)^2$ が成り立つことを示せ.
- (3) $p_n = 2^{n-3}$ とし, $b_n = \frac{41}{20} \left(\frac{1}{82} \right)^{p_n}$ とおく. $n \geq 3$ のとき, $a_n - 1 \geq b_n$ を示せ.

第 5 問

$f(x) = ax + e^{-x} \sin x$, $g(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$ とする.

(1) $y = g(x)$ ($x \geq 0$) のグラフの概形を描け.

(2) $f(x)$ が区間 $0 < x < 2\pi$ 内で極値として極大値のみを 1 つだけもつとき, a の範囲を定めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)