

入 学 試 験 問 題



数 学

九 州 大 学 1992 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

平面上に四角形 $ABCD$ と、この四角形の外部に点 E がある。これらの点から得られるベクトルについて

$$\begin{aligned}2\overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} &= \vec{0}, \\8\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} &= 3(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC})\end{aligned}$$

が成り立つとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a} = \overrightarrow{EA}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{EB}$ 、 $\vec{c} = \overrightarrow{EC}$ 、 $\vec{d} = \overrightarrow{ED}$ とおく。 $\vec{c}$ を $\vec{b}$ 、 $\vec{d}$ で表せ。
- (2) 四角形 $BCDE$ はどのような四角形か。
- (3) 直線 EA と直線 BD の交点を F とするとき、 EA と AF の長さの比を求めよ。
- (4) 四角形 $ABCD$ と四角形 $BCDE$ の面積の比を求めよ。

第 2 問

3 次曲線

$$C: y = x^3 + 9x^2 + 9x + 2$$

上に点 $P_0(x_0, y_0)$ をとる。ただし $x_0 > 0$ とする。自然数 n に対して、 C 上の点 $P_n(x_n, y_n)$ を「 P_{n-1} を通る直線が $P_n \neq P_{n-1}$ で C と接する」ように定める。次の問いに答えよ。

(1) $n > 0$ のとき

$$2x_n + x_{n-1} + 9 = 0$$

が成り立つことを示せ。

(2) x_n を x_0 で表せ。

(3) n を大きくすると P_n が C 上の定点に近づくことを示し、その定点を求めよ。

第 3 問

曲線 $y = f(x)$ 上の任意の点 $(a, f(a))$ における法線が点 $(0, cf(a))$ を通るとする。ただし $c \neq 1$ は定数である。次の問いに答えよ。

(1) この曲線が微分方程式

$$(c-1)y \frac{dy}{dx} = x$$

を満たすことを証明せよ。

(2) (1) の微分方程式を満たす曲線が $(0, 1)$ を通るとき、その曲線の方程式を求め、図をかけ。

(3) $c < 1$ のとき、(2) で得た曲線を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積が π となるように c を定めよ。

第 4 問

立方体 $ABCD-EFGH$ の辺 AE, CG の中点をそれぞれ L, M とする。点 X が辺 AB 上を動くとき、3 点 L, M, X を通る平面による立方体の切り口を K_X とする。 K_X の周の長さが最小となる点を X_0 とする。次の問いに答えよ。

- (1) $AB = 2$, $AX = 2t$ として、 K_X の周の長さ $s(t)$ を求めよ。
- (2) X_0 が辺 AB の中点であることを示せ。
- (3) 直線 DF が平面 LMX_0 に垂直であることを証明せよ。
- (4) $\angle LX_0M$ を求めよ。

第 5 問

x と書いた玉が a 個、 y と書いた玉が b 個入った袋がある。ただし $a \geq 2$, $b \geq 2$ とする。袋から 2 個を取り出して種類を調べた後、袋に戻す。この試行ごとに、 xy 平面上の点 P を次のように動かす。

取り出した玉	P の移動
x が 2 個	$(2, 0)$
x, y が 1 個ずつ	$(1, 1)$
y が 2 個	$(0, 2)$

P は原点から出発する。次の問いに答えよ。

- (1) 1 回後に P が存在し得る点と、それぞれの確率を求めよ。
- (2) 2 回後に P が存在し得る点と、それぞれの確率を求めよ。
- (3) $a = b$ のとき、2 回後に P が存在する確率が最も大きい点を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)