

入 学 試 験 問 題

数 学



九 州 大 学 1994 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

xy 平面において、最高次の係数が 1 の 3 次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ のグラフ C を考える.

そして、恒等変換ではない 1 次変換 $\begin{cases} x' = \alpha x + \beta y \\ y' = \gamma x + \delta y \end{cases}$ による C の像は C に一致するとする.

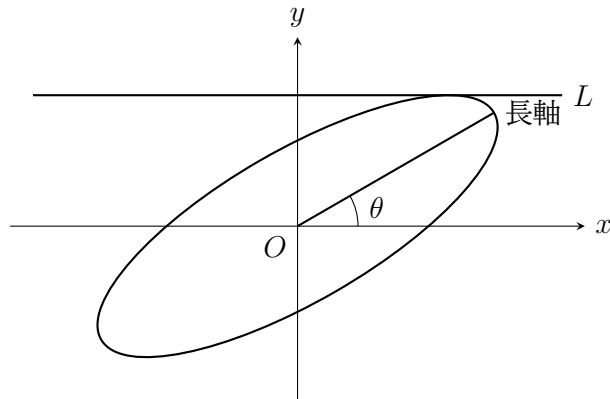
このとき、次の問に答えよ.

- (1) 3 次関数の係数 a, b, c および 1 次変換の係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ はそれぞれどのようなものでなければならないか.
- (2) 上記の 3 次関数が $x = x_0$ で極大値 y_0 を持つ場合、関数ごとに定まる xy 平面の点 (x_0, y_0) の全体はいかなる曲線上にあるか.

第 2 問

右図のように、 xy 平面上で、原点 O を中心とする．長軸の長さが 6，短軸の長さが 2 の楕円 C ，および C の上端に接する x 軸に平行な直線 L を考える．そして C は O のまわりに一定の角速度で回転しているとし， L は C の回転にともなって上下運動をしているものとする．

- (1) C の長軸と x 軸のなす角が θ のとき， L の高さを θ の関数で表せ．
- (2) L の上下する速さが最大になるときの θ を求めよ．



資料注：現存する原アーカイブには「右図」が収録されていない。下図は本文の条件から再構成した模式図であり、原図の複製ではない。

第 3 問

a, b をある実数とし,

$$I = \int_a^b e^{-x} \sin x dx, \quad J = \int_a^b e^{-x} \cos x dx$$

とする.

(1) 2つの等式

$$I - J = e^{-a} \sin a - e^{-b} \sin b, \quad I + J = e^{-a} \cos a - e^{-b} \cos b$$

が成り立つことを示せ.

(2) n を正の整数とし, 区間 $[(n-1)\pi, n\pi]$ において, 関数 $y = e^{-x} \sin x$ のグラフと x 軸とで囲まれた部分の面積 A_n を求めよ.

(3) A_n ($n = 1, 2, \dots$) の総和

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} A_n$$

を求めよ.

第 4 問

半径が r の円筒形の容器 V が軸を垂直にして置かれており， V の上面からは水が流入し， V の底面からは水が流出しているとする．その流入速度は一定値 a であるが，流出速度は V にたまった水の深さに比例（比例定数 b ）しているものとする．

- (1) 時刻 t における水の深さを $f(t)$ とするとき， t の関数 $f(t)$ はいかなる微分方程式を満たすか．
- (2) $f(0) = 0$ としたとき，水が V の上面からあふれださないためには， V の高さがどれくらいあればよいか．

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)