

入 学 試 験 問 題



数 学

九 州 大 学 1995 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

原点を中心とする半径 1 の球面 S の外側に点 $A(a, b, c)$ があるとする.

- (1) 点 A を通り球面 S に接する直線は無数にある. それらの直線と S との接点の集合を E とする. 集合 E は, ある平面 H の部分集合である. 平面 H の方程式を求めよ.
- (2) 平面 H は球面 S の内部を 2 つの部分に分ける. この 2 つの部分のうち, 原点を含まない方の体積を V_1 とする. また, (1) で考えた接線の全部と平面 H とで囲まれた円錐の体積を V_2 とする. 原点と点 A との距離を r として

$$\lim_{r \rightarrow 1} \frac{V_1}{V_2}$$

の値を求めよ.

第 2 問

θ が $0 \leq \theta \leq 2\pi$ の範囲を動くとき

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

を満たす点 (x, y) がえがく曲線を C とし,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

を満たす点 (x, y) がえがく曲線を C' とする.

- (1) 曲線 C と曲線 C' の概形をかけ.
- (2) 曲線 C で囲まれた図形と C' で囲まれた図形との共通部分を直線 $y = x$ のまわりに回転させてできる立体の体積を求めよ.

第 3 問

次の問に答えよ.

(1) x の関数

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = 1 - |x|$$

が与えられている. a を実数とすると,

$$g(a) = \int_0^1 f_1(x)f_2(x+a)dx$$

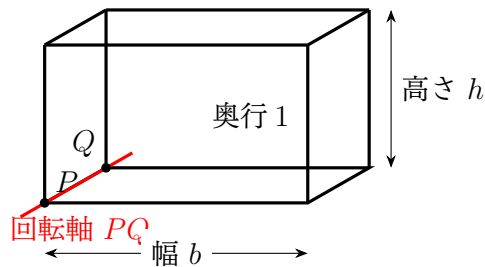
を計算せよ.

(2) 上記の $g(a)$ の値を最大にする a およびそのときの $g(a)$ の値を求めよ.

第 4 問

図のように、上部のみが開いている高さ h 、幅 b 、奥行 1 の直方体容器が水平な台の上に置かれていて、中に水が一杯満たしてある。図の PQ を軸にして容器をゆっくり回転させ、水を容器の外に流出させる。台と容器の底面とのなす角を θ とする。

- (1) 容器に残っている水の体積 V を θ 、 b 、 h を用いて表せ。
- (2) 時刻 t における角度 θ が $\theta = \omega t$ (ω は正の定数) で表されるとき、水の流出体積速度 $f = -\frac{dV}{dt}$ を求め、 f が最大となるときの値を ω 、 b 、 h を用いて表せ。



※原典アーカイブに図版が含まれていないため、本文条件だけから容器と回転軸の関係を再構成した模式図。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)