

入 学 試 験 問 題

数 学



九 州 大 学 2003 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

関数 $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - 4}$ について，次の問いに答えよ．

- (1) 不等式 $bf(a) < 0$ をみたす点 (a, b) の集合を座標平面上に図示せよ．
- (2) $y = f(x)$ の極値を与える x 座標を求めよ．
- (3) $y = f(x)$ の漸近線を求め，グラフの概形をかけ．

第 2 問

次の問いに答えよ.

(1) 次の性質をもつ 4 次関数 $f(x)$ を求めよ.

- (i) $y = f(x)$ のグラフは直線 $x = 0$ に関して対称である.
- (ii) 方程式 $f(x) = 0$ は -1 と 1 の間に相異なる 4 個の解をもつ.
- (iii) $f(x)$ の極値はすべてその絶対値が 1 に等しい. さらに $f(1) = 1$ をみtas.

(2) 次の性質をもつ 3 次関数 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を 1 つ求めよ.

- (i) $y = g(x)$ のグラフは x 軸と相異なる 3 個の共有点をもつ.
- (ii) $p_0 = 0$, $p_4 = 1$ とおく. 共有点の x 座標 p_1 , p_2 , p_3 は $p_0 < p_1 < p_2 < p_3 < p_4$ をみたす.
- (iii) 面積

$$S_i = \int_{p_{i-1}}^{p_i} (-1)^i g(x) dx$$

($i = 1, 2, 3, 4$) の比が $S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = 1 : 2 : 2 : 1$ をみたす.

第 3 問

座標平面上の原点にある点 P を次のルールで移動させるゲームを考える.

- (i) 赤, 白, 青, 黄色の玉がそれぞれ 1 個ずつ入っている袋の中から玉を 1 個取り出して色を見た後で袋に戻す操作を繰り返す.
- (ii) 取り出した玉が赤色であれば点 P を現在の座標から x 軸の正の方向に 1 だけ移動させる. 玉が, 白, 青, 黄色であれば, 点 P をそれぞれ x 軸の負の方向, y 軸の正の方向および y 軸の負の方向に 1 だけ移動させる.
- (iii) 点 P を 1 回移動させるたびに点数 1 を得る. ただし, 点 P が点 $A(1, 1)$ に到着した場合は 2 点加算されて点数 3 を得る.
- (iv) 移動を 4 回繰り返すか, または点 P が点 A に到着したときに, ゲームは終了する.

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P が点 A に到達する確率を求めよ.
- (2) ゲーム終了時の合計点数の期待値を求めよ.

第 4 問

関数 $f(x)$ は区間 $0 \leq x \leq 1$ において連続で $0 \leq f(x) \leq 1$ をみたす. このとき次の問いに答えよ.

(1) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = x$ は共有点を持つことを証明せよ.

(2) $f(x)$ が微分可能で $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ をみたすならば,

$$0 \leq x_1 \leq 1 \text{ とし } x_{n+1} = f(x_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

によって定義される数列 $\{x_n\}$ は $n \rightarrow \infty$ のとき収束することを証明せよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)