

入 学 試 験 問 題

数 学



九 州 大 学 2008 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

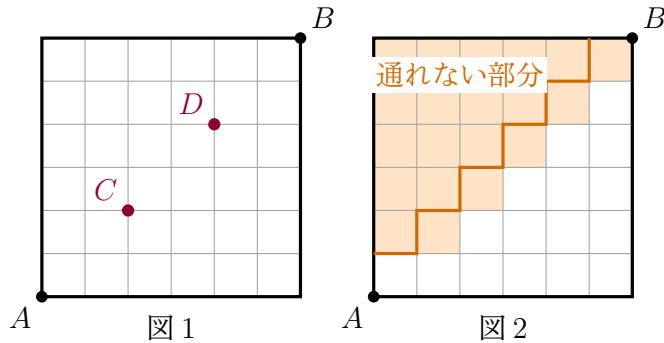
平面上の点 A, B, C の座標をそれぞれ $(0, a), (b, 0), (c, 0)$ とする。ただし $a > 0, b < 0, c > 0$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形 BCH の垂心が点 A となるような点 H の座標を求めよ。
- (2) 線分 HA の中点を M , 線分 BC の中点を P , 線分 BH の中点を Q とする。 $\angle PQM = 90^\circ$ であることを示せ。
- (3) 点 P, Q, M を通る円の中心 N の座標を求めよ。
- (4) 点 P, Q, M を通る円は, 線分 AB の中点 R および原点も通ることを示せ。

注 原問題の「重心」は, 設問 (2) 以降および標準解答との整合から「垂心」の誤植と判断し, 補正した。

第 2 問

右の図 1 と図 2 は碁盤の目状の道路とし、すべて等間隔であるとする。



道路は格子線上にあり、図 2 では橙色の斜線側へ入れない。

以下の問いに答えよ。

- (1) 図 1 において、点 A から点 B に行く最短経路は全部で何通りあるか求めよ。
- (2) 図 1 において、点 A から点 B に行く最短経路で、点 C と点 D のどちらも通らないものは全部で何通りあるか求めよ。
- (3) 図 2 において、点 A から点 B に行く最短経路は全部で何通りあるか求めよ。ただし斜線部分は通れないものとする。

第 3 問

行列 B , E , A をそれぞれ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = E + aB$ と定める。ここで a は実数とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が $P = AP$ を満たすとき, x と y が満たすべき条件を求めよ。
- (2) 行列 A の表す移動が原点を通る直線に関する対称移動であるような a の値と, その直線を求めよ。
- (3) $A^n = E + u_n B$ を満たす実数 u_n を a と n を用いて表せ。ただし n は自然数とする。

第 4 問

xy 平面上の双曲線 $C_1 : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ ($a > 0, b > 0$) と円 $C_2 : x^2 + (y - \sqrt{a^2 + b^2})^2 = c^2$ ($c > 0$) について、以下の問いに答えよ。

- (1) 双曲線 C_1 と円 C_2 が接するとき、 c を a と b で表せ。
- (2) 双曲線 C_1 と円 C_2 の共有点の個数が、0 個、1 個、2 個、3 個、4 個のそれぞれの場合に c の取り得る範囲を a と b で表せ。
- (3) $c = \frac{b}{2} + 1$ のとき、共有点が 2 個になる範囲を ab 平面上で図示せよ。

第 5 問

関数 $f(x)$ ($x \geq -1$) を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x)}{1+x} & (x \geq 0) \\ \frac{\log(1-x)}{1-x} & (-1 \leq x < 0) \end{cases}$$

と定める。以下の問いに答えよ。なお、自然対数の底を e とし、必要ならば $2 < e < 3$ であることを用いてよい。

- (1) $f(x)$ の増減を調べよ。また、 $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
- (2) 実数 a に対して、

$$S(a) = \int_{-1}^{e-1} |f(x) - a| dx$$

とおく。 $0 \leq a \leq \frac{1}{e}$ における $S(a)$ の最小値を与える a の値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)