

入 学 試 験 問 題



数 学

九 州 大 学 2008 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ とおく。ただし、 e は自然対数の底とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ の増減，凹凸，漸近線を調べ，グラフをかけ。
- (2) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f^{-1} \left(\frac{1}{n+2} \right) - f^{-1} \left(\frac{1}{n+1} \right) \right\}$ を求めよ。

第 2 問

1 から 10 までの番号が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。 k を 2 から 9 までの整数の 1 つとする。よくきった 10 枚のカードから 1 枚を抜き取り、そのカードの番号が k より大きいなら、抜き取ったカードの番号を得点とする。抜き取ったカードの番号が k 以下なら、そのカードを戻さずに、残りの 9 枚の中から 1 枚を抜き取り、2 回目に抜き取ったカードの番号を得点とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 得点が 1 である確率と 10 である確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 2 以上 9 以下の整数 n に対して、得点が n である確率を求めよ。
- (3) 得点の期待値を求めよ。

第 3 問

$\triangle OAB$ において、辺 AB 上に点 Q をとり、直線 OQ 上に点 P をとる。ただし、点 P は点 Q に関して点 O と反対側にあるとする。3 つの三角形 $\triangle OAP$, $\triangle OBP$, $\triangle ABP$ の面積をそれぞれ a , b , c とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ および a , b を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ および a , b , c を用いて表せ。
- (3) 3 辺 OA , OB , AB の長さはそれぞれ 3, 5, 6 であるとする。点 P を中心とし、3 直線 OA , OB , AB に接する円が存在するとき、 $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

第 4 問

$a > 0$ に対して, $f(x) = a + \log x$ ($x > 0$), $g(x) = \sqrt{x-1}$ ($x \geq 1$) とおく。2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ が, ある点 P を共有し, その点で共通の接線 l を持つとする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a の値, 点 P の座標, および接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 2 曲線は点 P 以外の共有点を持たないことを示せ。
- (3) 2 曲線と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

第 5 問

いくつかの半径 3 の円を，半径 2 の円 Q に外接し，かつ，互いに交わらないように配置する。
このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 半径 3 の円の 1 つを R とする。円 Q の中心を端点とし，円 R に接する 2 本の半直線のなす角を θ とおく。ただし， $0 < \theta < \pi$ とする。このとき， $\sin \theta$ を求めよ。
- (2) $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を示せ。
- (3) 配置できる半径 3 の円の最大個数を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)