

入 学 試 験 問 題

数 学



九 州 大 学 2016 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

等式 $(i - \sqrt{3})^m = (1 + i)^n$ を満たす自然数 m, n のうち, m が最小となるときの m, n の値を求めよ。ただし, i は虚数単位である。

第 2 問

箱の中に、白色の球が n 個、青色の球が n 個、赤色の球が n 個入っている。それぞれの色の球には 1 から n までの番号が重複なく書かれている。ただし $n = 1$ のときは、それぞれ番号 1 が書かれた白球、青球、赤球が 1 個ずつ入っているとす。箱から球を 1 個取り出して箱に戻すことを 3 回行う。以下の問いに答えよ。

- (1) $n \geq 3$ とする。取り出された球のうち少なくとも 1 個の番号が 3 であるとき、取り出された 3 個の球の番号の合計値が 9 である条件つき確率を求めよ。
- (2) $n \geq 1$ とする。取り出された球のうち少なくとも 1 個は 1 が書かれた赤玉であるとき、取り出された 3 個の球がすべて赤玉である条件つき確率 $p(n)$ を n の式で表せ。
- (3) $n \geq 1$ とする。(2) で求めた $p(n)$ の最小値を求めよ。
- (4) $n \geq 1$ とする。(2) で求めた $p(n)$ について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n)$ を求めよ。

第 3 問

座標空間内に点 $A(-2, 3, 0)$, 点 $B(2, -1, 0)$, 点 $C(2, 3, 4)$ がある。また, ベクトル $\vec{m} = (-1, 1, 3)$ に平行で点 $D(1, 2, 0)$ を通る直線 l , ベクトル $\vec{n} = (b, 1, c)$ に垂直で点 $E(0, a, 0)$ を通る平面 π がある。平面 π は直線 l を含んでいる。以下の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) a と b をそれぞれ c の式で表せ。
- (3) 平面 π が線分 AC と線分 BC の両方と共有点をもち, $\triangle ABC$ の面積を 2 等分するときの c の値を求めよ。

第 4 問

正の実数 a, b に対して $A(a, b) = \frac{a+b}{2}$, $G(a, b) = \sqrt{ab}$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\min(a, b) \leq G(a, b) \leq A(a, b) \leq \max(a, b)$ が成り立つことを示せ。

ただし, $\min(a, b)$ は a, b のうちの最小の数を表し, $\max(a, b)$ は a, b のうち最大の数を表す ($a = b$ の場合は a, b のうちのどちらかの数を表すとする)。

(2) $a > b$, $a_0 = a$, $b_0 = b$ として, 以下の数列を定義する。

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}, \quad c_{n+1} = \frac{a_n - b_n}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

このとき数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ は同じ極限值 (α とする) に収束することを示せ。

(3) a_{n+2} を a_n と b_n を用いて表せ。ただし $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は (2) で定義した数列とする。

(4) c_{n+2} と c_{n+1} の間に以下の関係が成り立つことを示せ。ただし, $\{c_n\}$ と α はそれぞれ (2) で定義した数列と極限值とする。

$$c_{n+2} < \left(\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} c_{n+1} \right)^2$$

第 5 問

媒介変数 $x = \sin t$, $y = t^2$ (ただし $-2\pi \leq t \leq 2\pi$) で表された曲線で囲まれた領域の面積を求めよ。なお領域が複数ある場合は、その総和を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)