

入 学 試 験 問 題

数 学



九 州 大 学 2017 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上の曲線 $C : y = \sqrt{x} \ (x \geq 0)$ を考える。 C 上の異なる 2 点 $P(p, \sqrt{p})$, $Q(q, \sqrt{q})$ ($p > 0, q > 0$) における, それぞれの法線 l_1, l_2 を考える。法線 l_1 と l_2 の交点を R とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 R の座標を p と q で表せ。
- (2) q が p に限りなく近づくとき, 線分 RP の長さの極限値を p で表せ。

第 2 問

1 個のさいころを 4 回投げ、1 回目に出た目の数を a 、2 回目に出た目の数を b 、3 回目に出た目の数を c 、4 回目に出た目の数を d とする。 d が、 a と b と c の最大公約数の倍数となる確率を求めよ。

第 3 問

座標空間内に点 $A(0, 0, 2)$, 点 $B(2, 0, 0)$, 点 $C(0, 0, -2)$, 点 $D(0, -2, 0)$ がある。線分 AC を $1:3$ に内分する点を E とし, 線分 AD を $1:3$ に内分する点を F とする。直線 BC と平面 $x = \frac{3}{2}$ の交点を G とする。直線 BD と平面 EFG の交点を H とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 E, F, G, H の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 三角形 FGH の面積を求めよ。

第 4 問

k を $k \geq 0$, $k \neq 1$ を満たす実数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \{1 - (1 - k)x\}^{\frac{1}{1-k}}$$

で定める。ただし、関数 $f(x)$ の定義域は、 $0 \leq k < 1$ のとき $0 \leq x \leq \frac{1}{1-k}$ であり、 $k > 1$ のとき $x \geq 0$ である。以下の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $k = 0$ のとき、 $0 < k < 1$ のとき、 $1 < k$ のときのそれぞれの場合について、関数 $y = f(x)$ の増減、グラフの凹凸、座標軸との交点を調べてグラフをかけ。

(3) $x \geq 0$ であるとき、

$$\lim_{k \rightarrow 1+0} \{1 - (1 - k)x\}^{\frac{1}{1-k}}$$

を求めよ。ここで、自然対数の底 e が $e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}}$ を満たすことを用いてよい。

第 5 問

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) 2 以上の自然数 n に対して, $a_{n+2} > 2a_n$ が成り立つことを示せ。
- (2) 2 以上の自然数 m は, 数列 $\{a_n\}$ の互いに異なる k 個 ($k \geq 2$) の項の和で表されることを, 数学的帰納法によって示せ。
- (3) (2) における項の個数 k は, $k < 2\log_2 m + 2$ を満たすことを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)