

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 1990 年度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

2つの放物線 $y = x^2$ と $y = ax^2 + bx + c$ とは2点で交わり，交点におけるこれら2つの放物線の接線は互いに直交するという． a ， b ， c が変化するとき，このような放物線 $y = ax^2 + bx + c$ の頂点の全体はどのような集合をつくるか調べ，その集合を図示せよ．

第 2 問

底辺 BC の長さが 2, 高さが a (a は定数) の二等辺三角形 ABC がある. 頂点 B を xy 平面の半直線 $y = x$ ($x \geq 0$) 上に, C を半直線 $y = -x$ ($x \geq 0$) 上に置き, 頂点 A は直線 BC に関して原点 O の反対側にくるようにする. 三角形 ABC を可能な限り動かすとき, A が描く図形を求めよ.

第 3 問

円周上に、右まわりの順で3点 A , B , C があり、円周に沿ってこれらの点の上を右まわりに進むものとする. 1つのサイコロを投げて、偶数の目が出ればその数だけ進み、奇数ならば1つ進む試行をくり返す. 初め A にいて、 n 回の試行の後で A にいる確率を p_n , B にいる確率を q_n , C にいる確率を r_n として、次の問に答えよ.

(1) p_n を r_{n-1} ($n \geq 2$) で表せ.

(2) p_{3n} を求めよ.

第 4 問

円 D は xy 平面で $x > 0$ の部分にあり，中心 C は x 軸上にあつて，曲線 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ とは点 $P\left(a, \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$ で接線を共有しているとする．

- (1) この円の $x \geq a$ の部分にある弧と直線 $x = a$ とで囲まれる図形を， y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $V(a)$ とし， x 軸と直線 CP とのなす角を $\theta(a)$ $\left(0 < \theta(a) < \frac{\pi}{2}\right)$ とする． $V(a)$ を a と $\theta(a)$ を用いて表せ．
- (2) $\lim_{a \rightarrow \infty} \theta(a)$ を求め，次に $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$ を求めよ．

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)