

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 1995 年度理系（後期）

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$$\text{球面 } S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4 = 0,$$

$$\text{平面 } K : x + 2y - 2z = k$$

について次の問に答えよ. ただし, k は定数である.

- (1) S と K が共有点を持つための k の範囲を求めよ.
- (2) S と K が交わってできる円を底面とし, S の中心を頂点とする円錐の体積を最大にする k の値を求めよ.

第 2 問

a を正の定数とする. $f(x) = x^2 - a$ として, グラフ $y = f(x)$ 上の点 $(x_n, f(x_n))$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を x_{n+1} とする. このようにして, x_1 から順に $x_2, x_3, x_4, \dots$ を作るとき, 次の問に答えよ. ただし, $x_1 > \sqrt{a}$ とする.

- (1) x_{n+1} を x_n を用いて表せ.
- (2) $\sqrt{a} < x_{n+1} < x_n$ であることを示せ.
- (3) $|x_{n+1} - \sqrt{a}| < \frac{1}{2}|x_n - \sqrt{a}|$ であることを示せ.
- (4)

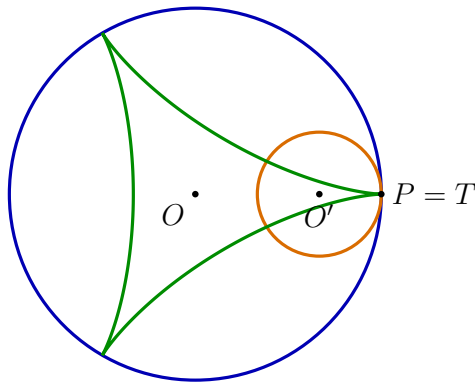
$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$

を求めよ.

第 3 問

原点 O を中心とする半径 $3a$ の円 C に半径 a の円 C' が内接して滑らないで転がって移動するものとする．円 C' の周上に固定された点 P がある．はじめ円 C' の中心 O' が $(2a, 0)$ に、また点 P が $(3a, 0)$ にあったとし、円 C' が円 C の内部を反時計まわりに 1 周してもとの位置に戻るものとする、点 P は右図に示すような軌跡を描く．次の問に答えよ．

- (1) OO' が x 軸の正の方向となす角を t とおく．円 C と円 C' の接点を T とするとき、 $\angle TO'P$ の大きさを t で表せ．また、点 P の位置 (x, y) を t を用いて表せ．
- (2) 点 P の軌跡で囲まれる図形の面積を求めよ．



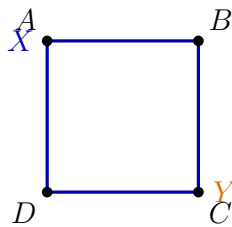
第 4 問

頂点が、 A, B, C, D である図のような正方形がある．点 X ははじめ頂点 A にあり，もう 1 つの点 Y ははじめ頂点 C にある．いずれの点も 1 ステップごとに等確率で隣接する頂点のどちらかに移動するものとする．次の問に答えよ．ただし $n \geq 1$ とする．

- (1) n ステップ後に点 X が頂点 A にある確率を求めよ．
- (2) n ステップ後に点 X と点 Y が共に頂点 A にある確率を求めよ．

以下の問では点 X と点 Y が同じ頂点に移動した場合には点が消滅するものとする．

- (3) n ステップの移動後にも点が存在する確率を求めよ．
- (4) n ステップの移動後に点が消滅するとき，点の寿命は $n - 1$ であるという．このとき，点の平均寿命を求めよ．



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)