

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 2000 年度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上に，双曲線 $C : x^2 - y^2 = 1$ と点 $A(2, 0)$ がある．

- (1) 点 A を通り双曲線 C と 1 点のみで交わる直線を求めよ．
- (2) 直線 l が点 A を通り双曲線 C と相異なる 2 点で交わるように動くとき，この 2 点の midpoint は，あるひとつの双曲線上にあることを示せ．

第 2 問

この問題では、 e は自然対数の底、 $\log$ は自然対数を表す。

実数 a, b に対して、直線 $l: y = ax + b$ は曲線 $C: y = \log(x+1)$ と、 x 座標が $0 \leq x \leq e-1$ を満たす点で接しているとする。

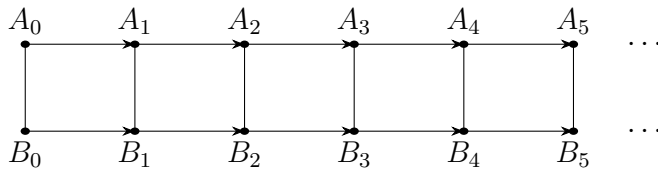
- (1) このときの点 (a, b) の存在範囲を求め、 ab 平面上に図示せよ。
- (2) 曲線 C および 3 つの直線 $l, x = 0, x = e - 1$ で囲まれた図形の面積を最小にする a, b の値と、このときの面積を求めよ。

第 3 問

図のように，平面上に点 $A_0, A_1, A_2, \dots$ および $B_0, B_1, B_2, \dots$ が並んでいる．点 P は A_0 から出発し，次の規則に従いこれらの点の上を移動する．

P が A_n にいるときには 1 秒後に A_{n+1} または B_n に，一方 B_n にいるときには B_{n+1} または A_n に移動する．ただし，前にいた点には戻らない．また， P が移動しうる点が複数あるときには，それぞれの点へ等確率で移動する． P が A_n へ到る行き方が a_n 通り， B_n へ到る行き方が b_n 通りあるとする．

- (1) a_3, b_3 を求めよ．
- (2) a_n, b_n を求めよ．
- (3) 一方，点 Q は A_8 から P と同時に出発し，1 秒ごとに順次 $A_8 \rightarrow A_7 \rightarrow A_6 \rightarrow \dots \rightarrow A_0$ と移動し，その後は A_0 にとどまる． P と Q が会える確率を求めよ．



第 4 (a) 問

座標空間内の 6 つの平面

$$x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad z = 1$$

で囲まれた立方体を C とする. $\vec{l} = (-a_1, -a_2, -a_3)$ を $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$ を満たし, 大きさが 1 のベクトルとする. H を原点 O を通りベクトル $\vec{l}$ に垂直な平面とする.

このとき, ベクトル $\vec{l}$ を進行方向にもつ光線により平面 H に生じる立方体 C の影の面積を, a_1, a_2, a_3 を用いて表せ. ここに, C の影とは C 内の点から平面 H へひいた垂線の足全体のなす図形である.

第 4 (b) 問

実数を係数とする 3 次方程式

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

は、相異なる虚数解 α , β と実数解 γ をもつとする.

- (1) $\beta = \bar{\alpha}$ が成り立つことを証明せよ. ここで, $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数を表す.
- (2) α , β , γ が等式 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3$ を満たし, さらに複素数平面上で α , β , γ を表す 3 点は 1 辺の長さが $\sqrt{3}$ の正三角形をなすものとする. このとき, 実数の組 (p, q, r) をすべて求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)