

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 2006 年度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

xy 平面上に曲線 $C : y = \log x (x > 0)$ を考える.

- (1) 曲線 C の接線で点 $(0, b)$ を通るものの方程式を求めよ.
- (2) 平面上に 2 組の点列 $\{A_n\}$, $\{B_n\}$ を次のように定める. A_1 を $(1, 0)$ とする. A_n が定まったとき, A_n を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を B_n とし, B_n を通る曲線 C の接線の接点を A_{n+1} とする. このとき, 2 つの線分 $A_n B_n$ と $B_n A_{n+1}$ および曲線 C とで囲まれる部分の面積 S_n を求めよ.
- (3) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{S_n}$$

の和を求めよ. ここで, $|r| < 1$ のとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$$

であることを用いてよい.

第 2 問

s を実数とする. $(u_1, v_1) = (s, 1)$ とし, (u_n, v_n) ($n \geq 2$) を次の漸化式で定める.

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \end{pmatrix}$$

s が実数全体を動くとき, (u_n, v_n) が描く xy 平面上の図形を l_n とする.

(1) 図形 l_n ($n \geq 1$) の方程式を求めよ.

(2) l_{2k-1} (k は正の整数) と y 軸との交点を中心とし, l_{2k} に接する円の方程式を求めよ.

第 3 問

座標平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(6, 0)$ を考える. 平面上の直線 l に関して点 A と対称な点が線分 OB 上にあるとき, 直線 l をピッタリ直線と呼ぶことにする.

- (1) 点 $P(p, q)$ を通るピッタリ直線 l があるとし, l に関して A と対称な点を $A'(t, 0)$ ($0 \leq t \leq 6$) とするとき, p, q, t の間に成り立つ関係式を求めよ.
- (2) ピッタリ直線が 2 本通る点 $P(p, q)$ の存在範囲を求め, それを図示せよ. 図には三角形 OAB も書いておくこと.
- (3) 点 $P(p, q)$ を通る 2 本のピッタリ直線が直交するような点 $P(p, q)$ の存在範囲を求め, それを図示せよ.

第 4 問

正六面体の各面に1つずつ、サイコロのように、1から6までの整数がもれなく書かれていて、向かい合う面の数の和は7である。このような正六面体が底面の数字が1であるように机の上におかれている。この状態から始めて、次の試行を繰り返し行う。「現在の底面と隣り合う4面のうちの1つを新しい底面にする。」ただし、これらの4面の数字が a_1, a_2, a_3, a_4 のとき、それぞれの面が新しい底面となる確率の比は $a_1 : a_2 : a_3 : a_4$ とする。この試行を n 回繰り返した後、底面の数字が m である確率を $p_n(m)$ ($n \geq 1$) で表す。

- (1) $n \geq 1$ のとき、 $q_n = p_n(1) + p_n(6)$, $r_n = p_n(2) + p_n(5)$, $s_n = p_n(3) + p_n(4)$ を求めよ。
(2) $p_n(m)$ ($n \geq 1, m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)