

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 2011 年度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$-\frac{1}{4} < s < \frac{1}{3}$ とする. xyz 空間内の平面 $z = 0$ の上に長方形

$$R_s = \{(x, y, 0) | 1 \leq x \leq 2 + 4s, 1 \leq y \leq 2 - 3s\}$$

がある. 長方形 R_s を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を K_s とする.

- (1) 立体 K_s の体積 $V(s)$ が最大となるときの s の値, およびそのときの $V(s)$ の値を求めよ.
- (2) s を (1) で求めた値とする. このときの立体 K_s を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体 L の体積を求めよ.

第 2 問

$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする. 整数 $n \geq 1$ に対して, 次の試行により行列 A_{n-1} から行列 A_n を定める.

「数字の組 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ を 1 つずつ書いた 4 枚の札が入っている袋から 1 枚を取り出し, その札に書かれている数字の組が (i, j) のとき, A_{n-1} の (i, j) 成分に 1 を加えた行列を A_n とする.」

この試行を n 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) くり返した後に, $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$ が逆行列をもたず A_n は逆行列をもつ確率を p_n とする.

- (1) p_2, p_3 を求めよ.
- (2) $(n-1)$ 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) の試行をくり返した後に, A_{n-1} の第 1 行の成分がいずれも正で第 2 行の成分はいずれも 0 である確率 q_{n-1} を求めよ.
- (3) p_n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ.

第 3 問

xy 平面上に 3 点 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$ がある.

- (1) $a > 0$ とする. $OP : AP = 1 : a$ を満たす点 P の軌跡を求めよ.
- (2) $a > 0$, $b > 0$ とする. $OP : AP : BP = 1 : a : b$ を満たす点 P が存在するための a , b に対する条件を求め, ab 平面上に図示せよ.

第 4 問

a, b は $a \geq b > 0$ を満たす整数とし, x と y の 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$, $y^2 + by + a = 0$ がそれぞれ整数解をもつとする.

- (1) $a = b$ とするとき, 条件を満たす整数 a をすべて求めよ.
- (2) $a > b$ とするとき, 条件を満たす整数の組 (a, b) をすべて求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)