

入 学 試 験 問 題



数 学

名古屋大学 2018 年度 文 系

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

a, b を実数とし、少なくとも一方は 0 でないとする。

(1) 次の 2 つの連立不等式のいずれかが表す領域が三角形となるために、 a, b が満たすべき条件を求めよ。さらに、その条件を満たす点 (a, b) の範囲を座標平面上に図示せよ。

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4 \geq 0, \\ x - 2y + 4 \geq 0, \\ ax + by \geq 0 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} 3x + 2y + 4 \geq 0, \\ x - 2y + 4 \geq 0, \\ ax + by \leq 0. \end{cases}$$

(2) (1) の三角形の面積を S とするとき、 S を a, b を用いて表せ。

(3)

$$S \geq 4$$

を示せ。

第 2 問

(1) 整数 α, β の少なくとも一方が奇数のとき、

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$$

は奇数であることを示せ。

(2) n を奇数とする。このとき

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = 2n$$

を満たす整数 α, β は存在しないことを示せ。

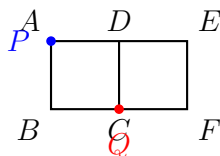
(3) c を実数とする。このとき 3 次方程式

$$x^3 - 2018x + c = 0$$

の解のうち、整数であるものは 1 個以下であることを示せ。

第 3 問

下図のように、2つの正方形 $ABCD$ と $CDEF$ を辺 CD で共有するように並べた図形を考える。



2点 P, Q が6個の頂点 A, B, C, D, E, F を次の規則に従って移動する。

(a) 時刻0では、点 P は頂点 A に、点 Q は頂点 C にいる。

(b) 点 P, Q は時刻が1増えるごとに独立に、今いる頂点と辺で結ばれている頂点へ等確率で移動する。

時刻 n まで2点が同時に同じ頂点にいたことが一度もない確率を p_n とする。また、時刻 n まで一度も同じ頂点におらず、かつ時刻 n に2点がともに同じ正方形上にいる確率を a_n とし、 $b_n = p_n - a_n$ と定める。

(1) 時刻1での点 P, Q の可能な配置を、すべて図示せよ。

(2) a_1, b_1, a_2, b_2 を求めよ。

(3) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n で表せ。

(4) $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ を示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)