

# 入 学 試 験 問 題

## 数 学



岡 山 大 学 2016 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## 第 1 問

$p$  は素数とする. 正の整数  $n$  に対し,  $p^d$  が  $n$  の約数となる整数  $d$  ( $d \geq 0$ ) のなかで最大のものを  $f(n)$  とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1)  $p = 3, n = (3^2)!$  のとき  $f(n)$  の値を求めよ.
- (2)  $p = 5, n = (5^2)!$  のとき  $f(n)$  の値を求めよ.
- (3)  $m$  が正の整数で  $n = (p^m)!$  のとき  $f(n)$  を求めよ.

## 第 2 問

関数  $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$  について、以下の問いに答えよ.

(1)  $f(x) = 0$  を満たす実数  $x$  の個数を求めよ.

(2)  $a = \cos \frac{5\pi}{9}$  とするとき、 $f(a)$  の値を求めよ.

(3) 不等式

$$-\frac{1}{5} < \cos \frac{5\pi}{9} < -\frac{1}{6}$$

を証明せよ.

### 第 3 問

$a$  は正の数とし，次の関数  $y = f_a(x)$  のグラフの変曲点を  $P$  とする．

$$f_a(x) = axe^{-x/a} \quad (x \geq 0)$$

このとき以下の問いに答えよ．

- (1) 点  $P$  の座標を求めよ．
- (2)  $a$  が区間  $1 \leq a \leq 2$  全体を動くとき，点  $P$  が描く曲線  $C$  の概形を図示せよ．
- (3)  $x \geq 0$  における曲線  $y = f_1(x)$ ， $y = f_2(x)$  と (2) の曲線  $C$  の 3 曲線で囲まれた部分の面積を求めよ．

## 第 4 問

座標空間内に、原点  $O(0,0,0)$  を中心とする半径 1 の球面  $S$  と 2 点  $A(0,0,1)$ ,  $B(0,0,-1)$  がある.  $O$  と異なる点  $P(s,t,0)$  に対し、直線  $AP$  と球面  $S$  の交点で  $A$  と異なる点を  $Q$  とする. さらに直線  $BQ$  と  $xy$  平面の交点を  $R(u,v,0)$  とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 2つの線分  $OP$  と  $OR$  の長さの積を求めよ.
- (2)  $s$  を  $u,v$  を用いて表せ.
- (3)  $l$  は  $xy$  平面内の直線で、原点  $O$  を通らないものとする. 直線  $l$  上を点  $P$  が動くとき、対応する点  $R$  は  $xy$  平面内の同一円周上にあることを証明せよ.

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)