

入 学 試 験 問 題

数 学



岡 山 大 学 2017 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

以下の問いに答えよ.

(1) 6 人を 2 人ずつ 3 組に分ける方法は何通りあるか.

(2) 7 人を 2 人, 2 人, 3 人の 3 組に分ける方法は何通りあるか.

(3) A, B, C, D, E, F, G, H の 8 人から 7 人を選び, さらにその 7 人を 2 人, 2 人, 3 人の 3 組に分ける. A, B の 2 人がともに選ばれて, かつ同じ組になる確率を求めよ.

第 2 問

座標平面内の 2 つの曲線

$$C_1 : y = \log(2x), C_2 : y = 2 \log x$$

の共通接線を l とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 直線 l の方程式を求めよ.
- (2) C_1, C_2 および l で囲まれる領域の面積を求めよ.

第 3 問

座標空間内の 4 点 $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(0, 1, \sqrt{2})$, $D(0, -1, \sqrt{2})$ を頂点とする四面体 $ABCD$ を考える. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 点 $P(0, 0, t)$ を通り z 軸に垂直な平面と, 辺 AC が点 Q において交わるとする. Q の座標を t で表せ.
- (2) 四面体 $ABCD$ (内部を含む) を z 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.

第 4 問

座標平面の原点を $O(0, 0)$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) 座標平面上の異なる 3 点 P, Q, R が

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$$

を満たしているとする. このとき $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ となることを示せ.

(2) 点 Q の座標を $(3, 4)$ とし, 点 R は $|\overrightarrow{OR}| = 1$ を満たしているとする. さらに, $|\overrightarrow{OP}| \leq 1$ を満たすすべての点 P に対して

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0$$

が成り立っているとする. このとき点 R の座標を求めよ.

第 4 問

α は $0 < |\alpha| < 1$ を満たす虚数であるとする. 複素数平面上の点の列 $z_1, z_2, z_3, \dots$ を, $z_1 = 0, z_2 = 1$ および

$$\begin{cases} z_{2n+1} - z_{2n} = \alpha(z_{2n} - z_{2n-1}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ z_{2n+2} - z_{2n+1} = \bar{\alpha}(z_{2n+1} - z_{2n}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

で定める. ただし, 虚数とは虚部が 0 でない複素数のことであり, また, $\bar{\alpha}$ は α に共役な複素数を表すものとする. このとき以下の問いに答えよ.

(1) 次の等式が成り立つことを示せ.

$$z_{2n+2} - z_{2n} = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2}) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

(2) 偶数番目の点の列 $z_2, z_4, z_6, \dots$ および奇数番目の点の列 $z_1, z_3, z_5, \dots$ は, それぞれ同一直線上にあることを示せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - w| = 0$ を満たす複素数 w を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)