

岡山大学 2017 年度 理系

解答

全 5 問 —— 解 入試数学アーカイブ

【第 1 問】

以下の問いに答えよ。

(1) 6 人を 2 人ずつ 3 組に分ける方法は何通りあるか。

(2) 7 人を 2 人, 2 人, 3 人の 3 組に分ける方法は何通りあるか。

(3) A, B, C, D, E, F, G, H の 8 人から 7 人を選び, さらにその 7 人を 2 人, 2 人, 3 人の 3 組に分ける. A, B の 2 人がともに選ばれて, かつ同じ組になる確率を求めよ。

▶ 解法 1

【方針】

組の順序を区別しないことに注意して数える。(1) は 3 組のペアの順序を $3!$ で割る。(2) は 3 人組を先に選び, 残りを 2 組のペアに分ける。(3) は選ぶ 7 人と分け方を全事象とし, A, B が同じ 2 人組になる場合と 3 人組になる場合に分ける。

【解答】

(1) まず 6 人から 2 人を選び, 次に残り 4 人から 2 人を選び, 最後に残り 2 人を 1 組にする。このままでは 3 組の順序を区別しているので, $3!$ で割る。したがって

$$\frac{{}_6C_2 {}_4C_2 {}_2C_2}{3!} = \frac{15 \cdot 6 \cdot 1}{6} = 15$$

通りである。

(2) 3 人組を先に選ぶと ${}_7C_3 = 35$ 通りである。残り 4 人を 2 人ずつ 2 組に分ける方法は

$$\frac{{}_4C_2 {}_2C_2}{2!} = 3$$

通りである。よって求める方法は

$$35 \cdot 3 = 105$$

通りである。

(3) 全事象の数は, 8 人から 7 人を選び, その 7 人を (2) の方法で分けるから

$${}_8C_7 \cdot 105 = 840$$

である。

A, B がともに選ばれるには, 選ばれない 1 人は C, D, E, F, G, H の 6 人のうちの 1 人である。固定された 7 人の中で A, B が同じ組になる場合を数える。

A, B が 2 人組を作る場合, 残り 5 人を 2 人組と 3 人組に分ければよいので ${}_5C_2 = 10$ 通りである。

A, B が 3 人組に入る場合, 残り 5 人から同じ組に入る 1 人を選び, 残り 4 人を 2 人組 2 つに分ける。これは

$${}_5C_1 \cdot \frac{{}_4C_2 {}_2C_2}{2!} = 5 \cdot 3 = 15$$

通りである。

したがって有利な場合の数は

$$6(10 + 15) = 150$$

である。よって求める確率は

$$\frac{150}{840} = \frac{5}{28}$$

である。

▶ 解法 2

【方針】

(1), (2) は組を順に作る代わりに階乗公式で数える。(3) は A, B がともに選ばれる確率と、選ばれた後に同じ組へ入る条件付き確率を掛ける。

【解答】

(1) 大きさ 2 の組を 3 個作る分割数は

$$\frac{6!}{(2!)^3 3!} = 15$$

通りである。

(2) 大きさ 2 の組が 2 個、大きさ 3 の組が 1 個なので

$$\frac{7!}{(2!)^2 3! 2!} = 105$$

通りである。

(3) 8 人から 7 人を選ぶとき、 A, B がともに選ばれる確率は

$$\frac{{}_6C_5}{{}_8C_7} = \frac{3}{4}$$

である。7 人を 2, 2, 3 人の組に無作為に分けると、 A が 2 人組に入る確率は $\frac{4}{7}$ 、3 人組に入る確率は $\frac{3}{7}$ である。 A の組が決まった後、残る 6 人のうち B が同じ組に入る確率は、それぞれ $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}$ である。したがって条件付き確率は

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{21}$$

である。ゆえに求める確率は

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{21} = \frac{5}{28}$$

である。

【総評】 難度 4、計算量 4。想定時間は 12 分程度。組の順序を区別しないために同じ大きさの組の入れ替えを割る点が採点上重要である。(3) は A, B が 2 人組になる場合と 3 人組になる場合の両方を数え落とさないことが注意点である。

■ 【第 2 問】 ■

座標平面内の 2 つの曲線

$$C_1 : y = \log(2x), C_2 : y = 2 \log x$$

の共通接線を l とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) C_1, C_2 および l で囲まれる領域の面積を求めよ。

▶ 解法 1

【方針】

共通接線について、 C_1 上の接点を $x = a$ 、 C_2 上の接点を $x = b$ とおく。傾きと切片を一致させて接線を求める。面積は、接線が対数曲線の上側にあることを使い、交点 $x = 2$ で積分区間を分けて計算する。

【解答】

(1) $C_1 : y = \log(2x)$ 上の接点の x 座標を a 、 $C_2 : y = 2 \log x$ 上の接点の x 座標を b とする。 $a > 0, b > 0$ である。

C_1 の接線は

$$y = \frac{1}{a}x + \log(2a) - 1$$

であり、 C_2 の接線は

$$y = \frac{2}{b}x + 2 \log b - 2$$

である。これらが同じ直線であるから

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{b}$$

より $b = 2a$ である。また切片を比べて

$$\log(2a) - 1 = 2\log(2a) - 2$$

となるので、 $\log(2a) = 1$ 、すなわち $2a = e$ である。したがって $a = \frac{e}{2}$ 、 $b = e$ であり、共通接線は

$$y = \frac{2}{e}x$$

である。

(2) C_1 と C_2 の交点は

$$\log(2x) = 2\log x$$

より、 $x > 0$ であることに注意して $2x = x^2$ 、したがって $x = 2$ である。

対数関数のグラフは上に凸であるから、接線 l はそれぞれの曲線の上側にある。よって囲まれる領域の面積 S は

$$S = \int_{e/2}^2 \left(\frac{2x}{e} - \log(2x) \right) dx + \int_2^e \left(\frac{2x}{e} - 2\log x \right) dx$$

である。

計算すると

$$\int \left(\frac{2x}{e} - \log(2x) \right) dx = \frac{x^2}{e} - x \log(2x) + x$$

であり、

$$\int \left(\frac{2x}{e} - 2\log x \right) dx = \frac{x^2}{e} - 2x \log x + 2x$$

である。したがって

$$\begin{aligned} S &= \left[\frac{x^2}{e} - x \log(2x) + x \right]_{e/2}^2 + \left[\frac{x^2}{e} - 2x \log x + 2x \right]_2^e \\ &= \left(\frac{4}{e} - 2\log 4 + 2 - \frac{e}{4} \right) + \left(e - \frac{4}{e} + 4\log 2 - 4 \right) \\ &= \frac{3e}{4} - 2 \end{aligned}$$

である。

▶ 解法 2

【方針】

基本不等式 $\log u \leq u - 1$ を 2 曲線に適用し、共通接線を接点計算なしで見つける。面積は無次元変数に置換して同じ形の積分にそろえる。

【解答】

(1) $u > 0$ で $\log u \leq u - 1$ であり、等号は $u = 1$ のときだけ成り立つ。 $u = \frac{2x}{e}$ とすると

$$\log(2x) = 1 + \log u \leq u = \frac{2x}{e}$$

で、等号は $x = \frac{e}{2}$ のときである。また $v = \frac{x}{e}$ とすると

$$2\log x = 2 + 2\log v \leq 2v = \frac{2x}{e}$$

で、等号は $x = e$ のときである。よって両曲線の共通接線は

$$y = \frac{2}{e}x$$

である。

(2) 2 曲線の交点は $x = 2$ である。第 1 の積分では $u = 2x/e$, 第 2 では $v = x/e$ とおくと

$$S = \frac{e}{2} \int_1^{4/e} (u - 1 - \log u) du + 2e \int_{2/e}^1 (v - 1 - \log v) dv$$

となる。ここで

$$\int (s - 1 - \log s) ds = \frac{s^2}{2} - s \log s$$

であるから、端点を代入して整理すると

$$S = \frac{3e}{4} - 2$$

を得る。

【総評】 難度 6, 計算量 6. 想定時間は 20 分程度。共通接線の接点を 2 つ置き、傾きと切片を同時に合わせるところが前半の要点である。後半は接線と 2 曲線の位置関係、および C_1, C_2 の交点 $x = 2$ で積分を分けることが主な採点点となる。

【第 3 問】

座標空間内の 4 点 $A(1, 0, 0), B(-1, 0, 0), C(0, 1, \sqrt{2}), D(0, -1, \sqrt{2})$ を頂点とする四面体 $ABCD$ を考える。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 点 $P(0, 0, t)$ を通り z 軸に垂直な平面と、辺 AC が点 Q において交わるとする。 Q の座標を t で表せ。

(2) 四面体 $ABCD$ (内部を含む) を z 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

▶ 解法 1

【方針】

高さ $z = t$ で切った断面を調べる。辺 AC 上の点は内分比で表せる。同じ高さの四面体の断面は長方形になり、これを z 軸のまわりに回転すると、長方形の頂点までの距離を半径とする円板になるため、円板の面積を積分する。

【解答】

(1) 点 Q は辺 AC 上にあるから、 $0 \leq \lambda \leq 1$ を用いて

$$Q = (1 - \lambda)A + \lambda C$$

と表せる。すなわち

$$Q = (1 - \lambda, \lambda, \sqrt{2}\lambda)$$

である。 Q は $z = t$ 上にあるので $\sqrt{2}\lambda = t$, したがって $\lambda = \frac{t}{\sqrt{2}}$ である。よって

$$Q = \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}}, t\right)$$

である。ただし $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ である。

(2) $z = t$ で四面体を切る。ただし $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ とし、 $\lambda = \frac{t}{\sqrt{2}}$ とおく。この断面は、辺 AC, AD, BC, BD との交点を頂点とする長方形であり、 xy 平面に平行に見れば

$$|x| \leq 1 - \lambda, \quad |y| \leq \lambda$$

で表される。

この長方形は原点を含むので、これを z 軸のまわりに回転してできる断面は円板である。その半径は長方形の頂点までの距離

$$\sqrt{(1 - \lambda)^2 + \lambda^2}$$

である。したがって高さ t における円板の面積は

$$\pi\{(1 - \lambda)^2 + \lambda^2\}$$

である。

$t = \sqrt{2}\lambda$ より, 求める体積 V は

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{\sqrt{2}} \pi \{ (1 - t/\sqrt{2})^2 + (t/\sqrt{2})^2 \} dt \\ &= \pi\sqrt{2} \int_0^1 \{ (1 - \lambda)^2 + \lambda^2 \} d\lambda \\ &= \pi\sqrt{2} \int_0^1 (1 - 2\lambda + 2\lambda^2) d\lambda \\ &= \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \end{aligned}$$

である。

▶ 解法 2

【方針】

辺 AC 上の点を高さのパラメータにし, 断面の最遠点を凸関数の最大として頂点に絞る。回転後の円板半径を直接積分する。

【解答】

(1) 辺 AC を $0 \leq s \leq 1$ で

$$(1-s)A + sC = (1-s, s, \sqrt{2}s)$$

と表す。 $z = t$ より $s = t/\sqrt{2}$ だから

$$Q\left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}}, t\right)$$

である。

(2) 高さ $z = \sqrt{2}s$ の断面は

$$|x| \leq 1-s, \quad |y| \leq s$$

という長方形である。原点からの距離の二乗 $x^2 + y^2$ はこの長方形の頂点で最大となり, 最大値は

$$(1-s)^2 + s^2$$

である。また原点から頂点までの線分も長方形に含まれるため, 回転後の断面は半径 $\sqrt{(1-s)^2 + s^2}$ の円板になる。 $dz = \sqrt{2}ds$ より

$$V = \pi\sqrt{2} \int_0^1 \{ (1-s)^2 + s^2 \} ds = \pi\sqrt{2} \left[s - s^2 + \frac{2}{3}s^3 \right]_0^1 = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$$

である。

【総評】 難度 6, 計算量 5。想定時間は 18 分程度。断面を高さで見る発想が中心で, 断面長方形の範囲を正しく出せば体積積分は標準的である。回転後の断面が円板になる理由として, 断面長方形が原点を含むことを述べると答案の抜けが少ない。

【第 4 問】

座標平面の原点を $O(0,0)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 座標平面上の異なる 3 点 P, Q, R が

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$$

を満たしているとする。このとき $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ となることを示せ。

(2) 点 Q の座標を $(3,4)$ とし、点 R は $|\overrightarrow{OR}| = 1$ を満たしているとする。さらに、 $|\overrightarrow{OP}| \leq 1$ を満たすすべての点 P に対して

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0$$

が成り立っているとする。このとき点 R の座標を求めよ。

▶ 解法 1

【方針】

各点の位置ベクトルを $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ とおき、条件式を $(\vec{p} - \vec{r}) \cdot (\vec{q} - \vec{r}) = 0$ に変形する。(2) は $|\vec{p}| \leq 1$ での内積の最大値が $|\vec{q} - \vec{r}|$ になることを使い、 $\vec{r} \cdot \vec{q}$ を未知量として評価する。

【解答】

(1) $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$, $\overrightarrow{OR} = \vec{r}$ とおく。すると $\overrightarrow{RQ} = \vec{q} - \vec{r}$, $\overrightarrow{RP} = \vec{p} - \vec{r}$ である。

与えられた条件は

$$\vec{p} \cdot (\vec{q} - \vec{r}) + |\vec{r}|^2 - \vec{r} \cdot \vec{q} = 0$$

である。左辺は

$$(\vec{p} - \vec{r}) \cdot (\vec{q} - \vec{r})$$

に等しい。したがって

$$\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ} = 0$$

であり、 $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ である。

(2) $\vec{q} = (3, 4)$, $|\vec{r}| = 1$ とする。条件式の左辺は

$$\vec{p} \cdot (\vec{q} - \vec{r}) + 1 - \vec{r} \cdot \vec{q}$$

である。 $|\vec{p}| \leq 1$ を満たすすべての $\vec{p}$ についてこれが 0 以下であるための条件は、 $\vec{p} \cdot (\vec{q} - \vec{r})$ の最大値を考えて

$$|\vec{q} - \vec{r}| + 1 - \vec{r} \cdot \vec{q} \leq 0$$

である。

ここで $c = \vec{r} \cdot \vec{q}$ とおく。 $|\vec{q}| = 5$, $|\vec{r}| = 1$ より $c \leq 5$ であり、

$$|\vec{q} - \vec{r}|^2 = |\vec{q}|^2 + |\vec{r}|^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{q} = 26 - 2c$$

である。上の条件は

$$c \geq 1 + \sqrt{26 - 2c}$$

である。特に $c \geq 1$ であるから両辺を 2 乗して

$$(c - 1)^2 \geq 26 - 2c$$

すなわち $c^2 \geq 25$ を得る。 $c \leq 5$ だから $c = 5$ でなければならない。

$\vec{r} \cdot \vec{q} = 5 = |\vec{r}||\vec{q}|$ であるから、 $\vec{r}$ は $\vec{q}$ と同じ向きの単位ベクトルである。よって

$$\vec{r} = \frac{\vec{q}}{5} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right)$$

である。したがって点 R の座標は

$$\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right)$$

である。

▶ 解法 2

【方針】

(1) は $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{RP}$ などを代入して直交条件を一行で得る。(2) は単位円板の支持直線として幾何的に読み、法線方向を決める。

【解答】

(1)

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{RP}, \quad \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{RQ}$$

を条件式の左辺に代入すると、 $\overrightarrow{OR}$ を含む項がすべて相殺されて

$$\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ} = 0$$

となる。よって $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ である。

(2) 条件は、単位円板内のすべての点 P について

$$\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ} \leq 0$$

が成り立つことと同値である。点 R は単位円上にあるので、 R を通り RQ に垂直な直線は単位円板の支持直線でなければならない。単位円の R における外向き法線は $\overrightarrow{OR}$ だから、ある $\lambda \geq 0$ について

$$\overrightarrow{RQ} = \lambda \overrightarrow{OR}$$

となる。したがって

$$\overrightarrow{OQ} = (1 + \lambda) \overrightarrow{OR}$$

である。 $|OQ| = 5, |OR| = 1$ より $1 + \lambda = 5$ であり、

$$\overrightarrow{OR} = \frac{1}{5}(3, 4)$$

を得る。よって

$$R\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

である。

【総評】 難度 6, 計算量 5。想定時間は 18 分程度。(1) の内積変形が (2) の見通しにもつながる。 $|p| \leq 1$ での最大値を用いる部分が差のつく点で、最後はコーシー・シュワルツを名前だけで済ませず、等号条件として同方向を確認するのが重要である。

【第 4 問】

α は $0 < |\alpha| < 1$ を満たす虚数であるとする。複素数平面上の点の列 $z_1, z_2, z_3, \dots$ を, $z_1 = 0, z_2 = 1$ および

$$\begin{cases} z_{2n+1} - z_{2n} = \alpha(z_{2n} - z_{2n-1}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ z_{2n+2} - z_{2n+1} = \bar{\alpha}(z_{2n+1} - z_{2n}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

で定める。ただし、虚数とは虚部が 0 でない複素数のことであり、また、 $\bar{\alpha}$ は α に共役な複素数を表すものとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$z_{2n+2} - z_{2n} = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2}) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

(2) 偶数番目の点の列 $z_2, z_4, z_6, \dots$ および奇数番目の点の列 $z_1, z_3, z_5, \dots$ は、それぞれ同一直線上にあることを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - w| = 0$ を満たす複素数 w を求めよ。

▶ 解法 1

【方針】

隣り合う点の差を使って、偶数番目どうし、奇数番目どうしの差が公比 $|\alpha|^2$ の等比的な形になることを示す。 $|\alpha|^2 < 1$ なので、偶数列と奇数列の極限を等比数列の和で求め、同じ値になることを確認する。

【解答】

(1) $n \geq 2$ とする。与えられた漸化式から

$$z_{2n+1} - z_{2n} = \alpha(z_{2n} - z_{2n-1})$$

であり、さらに

$$z_{2n+2} - z_{2n+1} = \bar{\alpha}(z_{2n+1} - z_{2n}) = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-1})$$

である。したがって

$$z_{2n+2} - z_{2n} = (\alpha + |\alpha|^2)(z_{2n} - z_{2n-1})$$

である。

一方、

$$z_{2n} - z_{2n-1} = \bar{\alpha}(z_{2n-1} - z_{2n-2})$$

であるから

$$z_{2n} - z_{2n-2} = (1 + \bar{\alpha})(z_{2n-1} - z_{2n-2})$$

である。よって

$$|\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2}) = |\alpha|^2(1 + \bar{\alpha})(z_{2n-1} - z_{2n-2})$$

となる。これは

$$(\alpha + |\alpha|^2)(z_{2n} - z_{2n-1})$$

に等しいので、

$$z_{2n+2} - z_{2n} = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2})$$

が成り立つ。

(2) (1) より、偶数番目の点について、隣り合う差

$$z_{2n+2} - z_{2n}$$

は、直前の差 $z_{2n} - z_{2n-2}$ の正の実数倍 $|\alpha|^2$ である。したがって $z_2, z_4, z_6, \dots$ は同一直線上にある。

次に奇数番目について考える。 $n \geq 1$ で

$$z_{2n+1} - z_{2n-1} = (1 + \alpha)(z_{2n} - z_{2n-1})$$

である。また $z_{2n} - z_{2n-1}$ は、 n が 1 増えるごとに $|\alpha|^2$ 倍される。したがって $z_{2n+3} - z_{2n+1}$ は $z_{2n+1} - z_{2n-1}$ の正の実数倍 $|\alpha|^2$ である。よって $z_1, z_3, z_5, \dots$ も同一直線上にある。

(3) $r = |\alpha|^2$ とおく。 $0 < r < 1$ である。偶数番目の列について、

$$z_4 - z_2 = \alpha + r$$

であり、(1) から

$$z_{2N} = 1 + (\alpha + r)(1 + r + \cdots + r^{N-2}) \quad (N \geq 2)$$

である。したがって

$$\lim_{N \rightarrow \infty} z_{2N} = 1 + \frac{\alpha + r}{1 - r} = \frac{1 + \alpha}{1 - r}$$

である。

奇数番目の列については

$$z_3 - z_1 = 1 + \alpha$$

であり、隣り合う奇数番目どうしの差は順に r 倍されるから

$$z_{2N+1} = (1 + \alpha)(1 + r + \cdots + r^{N-1})$$

である。よって

$$\lim_{N \rightarrow \infty} z_{2N+1} = \frac{1 + \alpha}{1 - r}$$

である。

偶数番目、奇数番目の極限が一致するので、求める複素数は

$$w = \frac{1 + \alpha}{1 - |\alpha|^2}$$

である。

▶ 解法 2

【方針】

隣接差 $d_k = z_{k+1} - z_k$ を導入し、奇数番目・偶数番目の差を最初から陽に書く。点列自体を等比級数の部分和として求める。

【解答】

$d_k = z_{k+1} - z_k$, $r = |\alpha|^2$ とおく。 $d_1 = 1$ であり、漸化式から

$$d_{2j} = \alpha r^{j-1}, \quad d_{2j+1} = r^j \quad (j \geq 1)$$

を得る。

(1)

$$z_{2n+2} - z_{2n} = d_{2n} + d_{2n+1} = (\alpha + r)r^{n-1}$$

であり、1 つ前の差は $(\alpha + r)r^{n-2}$ だから

$$z_{2n+2} - z_{2n} = r(z_{2n} - z_{2n-2})$$

である。

(2) 偶数番目どうしの差はすべて $\alpha + r$ の非負実数倍、奇数番目どうしの差は

$$z_{2n+1} - z_{2n-1} = d_{2n-1} + d_{2n} = (1 + \alpha)r^{n-1}$$

となり、すべて $1 + \alpha$ の非負実数倍である。よって各点列はそれぞれ同一直線上にある。

(3) 差を足し合わせると

$$z_{2N} = 1 + (\alpha + r) \sum_{j=0}^{N-2} r^j, \quad z_{2N+1} = (1 + \alpha) \sum_{j=0}^{N-1} r^j$$

である。 $0 < r < 1$ より両方の極限は

$$\frac{1 + \alpha}{1 - r}$$

に一致する。したがって

$$w = \frac{1 + \alpha}{1 - |\alpha|^2}$$

である。

【総評】 難度 7, 計算量 6。想定時間は 24 分程度。差分を追う整理ができるかどうかで大きく差がつく。偶数列と奇数列を別々に等比数列として扱い、最後に極限が一致することを確認するのが主な採点点である。 $0 < |\alpha| < 1$ から公比が 1 未満であることも明示したい。