

入 学 試 験 問 題



数 学

大 阪 大 学 1985 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

k を正数とし、 $f(x) = x^3 - 10x^2 + kx$ とする.

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が 3 個の実数解をもち、それらの解が互いに 1 以上離れているための k の条件を求めよ.
- (2) 曲線 $y = f(x)$ がある点で x 軸に接するとき、 k の値および曲線 $y = f(x)$ と x 軸とによって囲まれる図形の面積を求めよ.

第 2 問

平面上の 1 次変換

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

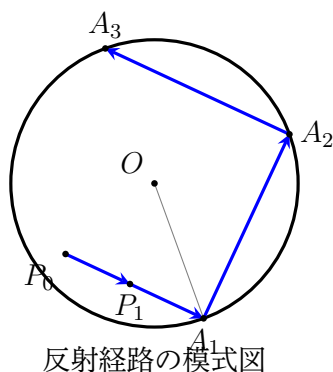
によって、ある直線 l が同じ直線 l にうつされるとき、2 次方程式 $x^2 - (a + d)x + ad - bc = 0$ は実数解をもつことを示せ。

第 3 問

xy 平面において，曲線 $y = x^2$ と正方形 $\{(x, y) : a \leq x \leq a+1, b \leq y \leq b+1\}$ が共通点をもつとき，点 (a, b) の存在する範囲を求め，これを図示せよ．

第 4 問

xy 平面における原点 O を中心とする半径 1 の円周 C は鏡になっているものとする． C の内部に異なる 2 点 $P_0(x_0, y_0)$, $P_1(x_1, y_1)$ をとる．右図のように点 P_0 を出て点 P_1 を通り， C 上の点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ で反射をくり返しながら進む光を考える．ただし，この光は C の内部では一定の速さで直進し， C に当たったときは反射の法則によって入射角と反射角が等しいように反射するものとする．たとえば，図の点 A_1 においては $\angle P_0A_1O = \angle OA_1A_2$ となる．このとき，次の問に答えよ．



- (1) 点 P_0 , P_1 を結ぶ直線と原点 O との距離 d を，点 P_0 , P_1 の座標を用いて表せ．
- (2) この光がある時間後にふたたび線分 P_0P_1 上を点 P_0 から点 P_1 の向きに進んで行くための必要十分条件は，ある有理数 q が存在して $d = \cos(q\pi)$ を満たすことであることを示せ．

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)