

入 学 試 験 問 題



数 学

大 阪 大 学 1992 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

x についての方程式 $x^2 + ax + b + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$ を考える. ここで a, b は実数である.

- (1) この方程式の 4 つの解がすべて正であるための必要十分条件を a, b を用いて表せ.
- (2) $2a + b = 14$ とする. このとき上の方程式の 4 つの解がすべて正の数で, かつそれらが等比数列をなすような a, b の値を求めよ.

第 2 問

k を正の整数, a を実数とする. x についての方程式

$$ax^{k+1} - (1+a)x^k + 1 = 0$$

が 0 と 1 との間 (0 , 1 は含まない) に解を持つような a の値の範囲を求めよ.

第 3 問

赤玉, 白玉, 青玉が各々 a, b, c ($0 < a \leq b \leq c$) 個入った箱から 2 個の玉を同時に取り出すことを考える.

(1) $n = a + b + c$, $s = a^2 + b^2 + c^2$ とする.

取り出した 2 個の玉の色が相異なる確率 $P(a, b, c)$ を n, s を用いて表せ.

(2) $n = 11$ のとき, $P(a, b, c)$ を最大にする a, b, c と, そのときの $P(a, b, c)$ の値とを求めよ.

第 4 問

m を $0 < m < 1$ なる実数とする. 関数 $f(x) = -x \log x$ ($x > 0$), $g(x) = f(mx)$ ($x > 0$) に対し, $y = f(x)$, $y = g(x)$ の表す曲線を, それぞれ C_1 , C_2 とし, 2つの曲線 C_1 , C_2 の交点 $P(\alpha, -\alpha \log \alpha)$ における, 曲線 C_1 の接線を l_1 , 直線 $x = t$ ($0 < t < \alpha$) を l_2 とする. l_1 , l_2 および C_1 で囲まれる図形の面積を $S_1(t)$, l_1 , l_2 および C_2 で囲まれる図形の面積を $S_2(t)$ とするとき, 次の問に答えよ. ただし, 必要なら $\lim_{x \rightarrow 0} x \log x = 0$ の関係は用いてよい.

- (1) $S_1(t)$ を α と t とを用いて表せ.
- (2) α を m で表せ.
- (3) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{S_1(t)}{S_2(t)} = \frac{2}{3}$ となる m の値を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)