

入 学 試 験 問 題



数 学

大 阪 大 学 1995 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + 1$ が $x = \alpha, \beta, \gamma$ ($\alpha < \beta < \gamma$) で極値をとるものとする。また曲線 $y = f(x)$ 上の点

$$A = (\alpha, f(\alpha)), \quad B = (\beta, f(\beta)), \quad C = (\gamma, f(\gamma))$$

を考える。

- (1) a_1, a_2, a_3 を α, β, γ を用いて表せ。
- (2) 直線 AB の傾きを α, β, γ で表し、因数分解せよ。
- (3) α, β, γ が等差数列をなし、かつ直線 AB と直線 BC が直交するとき $\beta - \alpha$ を求めよ。
- (4) さらに、曲線 $y = f(x)$ が y 軸に関して対称であるとき 3 点 A, B, C をとおる y 軸に平行な対称軸をもつ放物線を求めよ。

第 2 問

空間内に方程式 $x + y + z = 3$ で表される平面 H がある. xy 平面上の点 A_1 が与えられたとき H 上の点 $B_1, B_2, \dots$, xy 平面上の点 $A_2, A_3, \dots$ を順次以下のように定める. A_1 をとおり H に垂直な直線と H との交点を B_1 とし, B_1 をとおり xy 平面に垂直な直線と xy 平面の交点を A_2 とする. 同様に A_n ($n \geq 2$) をとおり H に垂直な直線と H との交点を B_n とし, B_n をとおり xy 平面に垂直な直線と xy 平面の交点を A_{n+1} とする.

- (1) A_n の x 座標および y 座標をそれぞれ x_n, y_n とするとき,

$$x_{n+1} = ax_n + by_n + c, \quad y_{n+1} = a'x_n + b'y_n + c'$$

が成り立つように定数 a, b, c, a', b', c' を定めよ.

- (2) 点 $A_1(x_1, y_1, 0)$ をとおり平面 H および xy 平面と直交する平面の方程式を求めよ.
(3) 三角形 $A_1B_1A_2$ と三角形 $A_2B_2A_3$ の面積の比を求めよ.
(4) x_n, y_n を x_1, y_1, n で表せ.

第 3 問

2つの曲線

$$C_1 : y = x^{\frac{3}{2}} \quad (x \geq 0), \quad C_2 : y = x^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (x \geq 0)$$

を考える. $0 \leq t \leq 1$ の範囲の t に対し, C_1 , C_2 と直線 $x = t$ とで囲まれた図形を D_1 , C_2 と3直線 $y = 0$, $x = t$, $x = 1$ とで囲まれた図形を D_2 とする. D_1 と D_2 を x 軸のまわりに一回転してできる回転体の体積をそれぞれ $V_1(t)$, $V_2(t)$ とする.

- (1) $V(t) = V_1(t) + V_2(t)$ を求めよ.
- (2) $V(t)$ を最小にする t を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)