

入 学 試 験 問 題



数 学

大 阪 大 学 1998 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$\triangle ABC$ において、3 辺の長さを $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ とする.

辺 AB を n 等分した点を、 A に近い方から順に $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ とし、 P_n を B とする. 同様に、辺 BC , CA を n 等分した点をそれぞれ、 B に近い方から順に $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$, および C に近い方から順に $R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$ とし、 Q_n を C , R_n を A とする.

(1) $k = 1, 2, \dots, n$ について $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2$ を n , k と a , c および内積 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ を用いて表せ.

(2) $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2$ を n , k と a , b , c で表せ.

(3) 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2)$$

を a , b , c で表せ.

第 2 問

- (1) $\cos 3\theta = f(\cos \theta)$, $\cos 4\theta = g(\cos \theta)$ となる 3 次式 $f(x)$ と 4 次式 $g(x)$ を求めよ.
- (2) $\alpha = \frac{2\pi}{7}$ とする. $\cos 3\alpha = \cos 4\alpha$ を示し, 整数を係数にもつ 3 次式 $P(x)$ で $P(\cos \alpha) = 0$ となるものを 1 つ求めよ.
- (3) $0.6 < \cos \frac{2\pi}{7} < 0.7$ であることを示せ.

第 3 問

$f_0(x) = x^2 e^x$ とし、関数 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$ を

$$f_1(x) = f_0'(x), f_2(x) = f_1'(x), \dots, f_n(x) = f_{n-1}'(x), \dots$$

と定義する.

(1) $n \geq 1$ について、整数 p_n, q_n を用いて

$$f_n(x) = (x^2 + p_n x + q_n) e^x$$

の形に表せることを示せ. また, p_n, q_n を求めよ.

(2) $n \geq 1$ のとき, $y = f_n(x)$ の増減, 凹凸を調べ, グラフの概形をかけ.

(3) $n \geq 1$ のとき, 3 曲線

$$y = f_n(x), \quad y = f_{n+1}(x), \quad y = f_{n+2}(x)$$

で囲まれた図形の面積 S_n を n で表せ.

(4) 無限級数 $S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ の和を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)