

入 学 試 験 問 題



数 学

大 阪 大 学 2000 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$a > b > 0$ とする. 円 $x^2 + y^2 = a^2$ 上の点 $(b, \sqrt{a^2 - b^2})$ における接線と x 軸との交点を P とする. また, 円の外部の点 (b, c) からこの円に 2 本の接線を引き, 接点を Q, R とする. このとき, 2 点 Q, R を通る直線は P を通ることを示せ.

第 2 問

xy 平面上の 16 個の点からなる集合

$$\{(x, y) | x = 0, 1, 2, 3, y = 0, 1, 2, 3\}$$

を考える．この集合から異なる 3 点を無作為に選ぶ試行において，次の事象の起こる確率を求めよ．

「選んだ 3 点が三角形の頂点となり，その三角形の面積は $\frac{9}{2}$ である」

第 3 問

どのような負でない2つの整数 m と n をもちいても $x = 5m + 3n$ とは表すことができない正の整数 x をすべて求めよ.

第 4 問

実数 x に対して, x を越えない最大の整数を $[x]$ で表す. n を正の整数とし $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{[\sqrt{2n^2 - k^2}]}{n^2}$ とおく. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

第 5 問

立方体 X と球 Y があって、両者の体積は等しいとする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、円周率は $\pi = 3.14\cdots$ である。

- (1) 立方体 X と球 Y を動かして、立方体 X のなるべく多くの頂点が球 Y の内部に含まれるようにしたい。最大何個の頂点が含まれるようにできるか。
- (2) 立方体 X と球 Y を動かして、立方体 X のなるべく多くの辺が球 Y の内部と共通の点を持つようにしたい。最大何個の辺が共通の点を持つようにできるか。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)